

UNIVERSITE MOULAY ISMAIL

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES D'ERRACHIDIA

Département de physique

## EXAMENS DE

MÉCANIQUE DU POINT MATÉRIEL

&

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Licence En Sciences et Techniques

MIP S1 - Module P112

Pr. Abdelmajid DAYA

Examen :Partie Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1& S2) / Module: P112

Le 12-01-2015

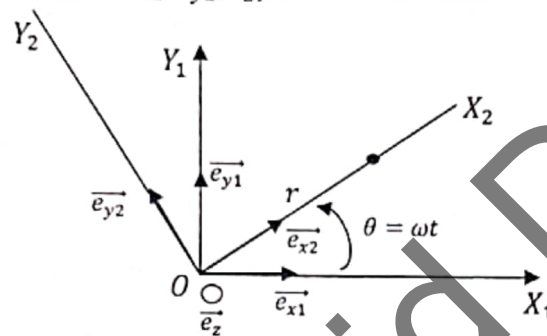
Durée de l'examen : 01h 20mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1 :**(Temps conseillé est 20 minutes)

Dans le référentiel fixe  $\mathcal{R}_1(O; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_z)$  une tige  $(OX_2)$  tourne autour de  $O$  dans le plan  $X_1OY_1$  avec la vitesse angulaire constante  $\omega$ . On pose  $\theta = (\widehat{OX_1}, \widehat{OX_2})$ . A l'instant initial  $t=0$ ,  $\theta = 0$ .

Un point matériel  $M$  se déplace sur la tige  $(OX_2)$  suivant la loi  $OM = r(t) = r_0 \left( \frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} \right)$  ( $r_0$  est une constante positive). Soit  $\mathcal{R}_2(O; \vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$  le référentiel mobile lié à la tige  $(OX_2)$ .



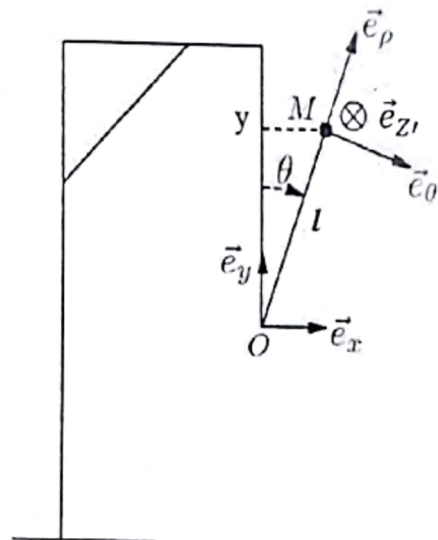
Tous les vecteurs seront exprimés dans la base de projection mobile  $(\vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$

1. Exprimer (en fonction du temps) les vecteurs vitesses du point  $M$  : vitesse relative  $\vec{V}_r$ , vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e$ , vitesse absolue  $\vec{V}_a$  et son module.
2. Exprimer (en fonction du temps) les vecteurs accélérations du point  $M$  : accélération relative  $\vec{a}_r$ , accélération d'entraînement  $\vec{a}_e$ , accélération de Coriolis  $\vec{a}_c$  et l'accélération absolue  $\vec{a}_a$ .
3. Tracer sur une figure les différents vecteurs vitesses et accélérations.

**Exercice 2 :**(Temps conseillé est 60 minutes)

On considère un référentiel absolu  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , supposé galiléen dans lequel évolue un point matériel  $M$ , de masse  $m$ , accroché au bout d'une tige rigide sans masse de longueur  $l$ . L'autre extrémité de la tige est fixée au point  $O$ . L'angle  $\theta$  entre l'axe  $[Oy]$  et la tige peut varier librement (voir schéma).

A l'instant  $t = 0$ , la masse est à l'équilibre en position verticale ( $\theta = 0$ ). Nous souhaitons étudier le mouvement de la masse lorsque celle-ci est légèrement écartée de sa position d'équilibre, par exemple en lui conférant une petite vitesse initiale  $\vec{v}_{(t=0)} = v_0 \cdot \vec{e}_\theta$ .



1. Exprimer les vecteurs vitesse et accélération du point  $M$ .
2. Donnez l'expression du vecteur "moment cinétique"  $\vec{L}(M/O)$  de la bille par rapport à  $O$ , exprimé selon les vecteurs de base du repère  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .
3. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$ .
4. Donnez l'expression du moment des forces  $\vec{M}_O(\Sigma \vec{F})$  par rapport à  $O$ , exprimé selon les vecteurs de base du repère  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .
5. En utilisant le théorème du moment cinétique, montrez que le mouvement est régi par l'équation différentielle suivante (**ne pas résoudre cette équation**) :

$$(eq. 1) \quad \ddot{\theta} - \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

6. Précisez la (les) force(s) susceptible(s) d'effectuer un travail  $W_{\vec{F}}$  non-nul au cours du mouvement du point  $M$ . Pour cette (ces) dernière(s), précisez leur énergie potentielle associée  $E_p(\vec{F})$  en fonction de  $\theta$ . L'origine de l'énergie potentielle est donnée pour  $\theta = 0$  (c'est-à-dire  $E_p(\vec{F}) = 0$  pour  $\theta = 0$ ).
7. Dans ce problème, l'énergie mécanique du système est-elle conservée au cours du temps ? Justifiez votre réponse.
8. En appliquant soit le théorème de l'énergie cinétique, soit le principe de conservation de l'énergie mécanique, retrouvez l'équation différentielle du mouvement (**eq.1**).
9. Donnez l'expression de l'énergie cinétique  $E_c(\theta)$  de la bille en fonction de  $v_0$ ,  $m$ ,  $g$ ,  $l$  et  $\theta$ .
10. Résoudre l'équation  $E_c(\theta) = 0$  et conclure sur le type du mouvement (pendulaire ou de révolution).
11. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, exprimer la réaction de la tige sur le point  $M$  en fonction des variables  $\theta$  et la vitesse puis uniquement en fonction de  $\theta$ .
12. On désigne par  $\theta_R$  la valeur de  $\theta$  qui annule la réaction de la tige. Exprimer  $\cos \theta_R$ .



Examen : Partie Optique géométrique

Option: MIP (S1 & S2) / Module: P112

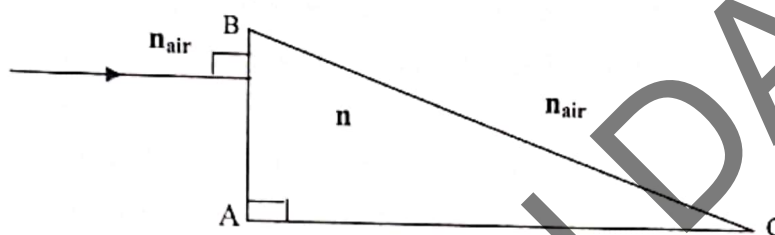
Le 12-01-2015

Durée de l'examen : 40mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1 : (Temps conseillé est 20 minutes)**

On utilise un prisme de verre d'indice  $n = 1,50$ . Sa section principale est un triangle ABC, rectangle en A tel que l'angle en B soit égal à  $70^\circ$ . Un rayon lumineux dans le plan ABC rencontre le prisme en I sur le côté AB perpendiculairement à AB.



1. Sachant que le rayon incident est dans l'air, étudier la marche de la lumière jusqu'à la sortie du prisme.
2. Déterminer la déviation  $D$  du rayon lumineux.
3. On plonge le prisme dans un liquide d'indice  $n'$ . Entre quelles limites doit être compris l'indice  $n'$  si l'on veut que la lumière ne subisse qu'une seule réflexion totale ?
4. Etudier la marche de la lumière jusqu'à la sortie du prisme pour les valeurs de  $n'$  en dehors des limites obtenues dans la question 3.

**Exercice 2 : (Temps conseillé est 20 minutes)**

Un miroir sphérique concave de centre de courbure C et de sommet S à un rayon  $R = \overline{SC} = -6\text{cm}$ .

1. Préciser la position et la nature des foyers du miroir.
2. Un objet réel AB de dimension  $-R/6$  est situé à une distance  $-3R/2$  du sommet S.
  - 2.a. Tracer, à l'échelle réelle, la marche du rayon lumineux montrant la formation de l'image A'B'. En déduire la nature, la position et la dimension de cette image.
  - 2.b. Retrouver ces résultats en appliquant les formules de conjugaison relatives au miroir sphérique. On se placera dans le cadre du stigmatisme approché.
3. Où doit-on placer cet objet AB pour obtenir une image A'B' droite, virtuelle et deux fois plus grande que AB ? Donner alors la position de cette image par rapport au sommet S. Représenter la marche des rayons lumineux correspondants.

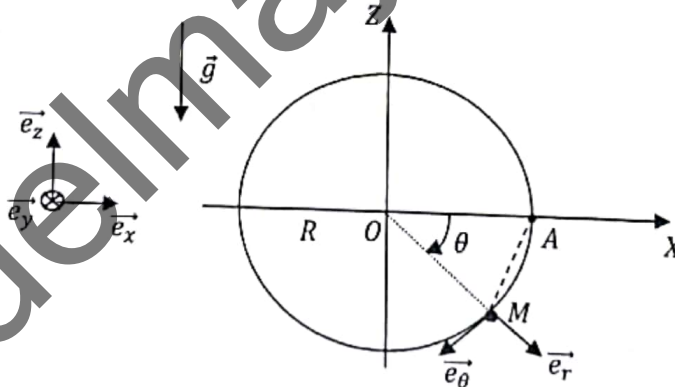


Parcours MIP  
Examen de rattrapage du module P112  
Partie Mécanique du point matériel  
Le 9-02-2015  
Durée : 45mn

Soit  $\mathcal{R}$  un référentiel galiléen rapporté à un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long d'un cerceau de centre  $O$  et de rayon  $R$ , contenu dans un plan vertical  $(XOZ)$ .  $M$  est soumis au champ de pesanteur terrestre supposé uniforme.

Une force  $\vec{T} = k\vec{MA}$  tend à attirer l'anneau  $M$  vers le point  $A$ . Elle se comporte comme une force de rappel élastique due à un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide nulle ( $l_0 \approx 0$ ), dont l'autre extrémité serait fixée en  $A$  (voir figure).

L'anneau  $M$  est repéré par l'angle  $\theta$  que fait l'axe  $OX$  avec le vecteur  $\vec{OM}$ .



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base de projection mobile  $\mathcal{R}'(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_y)$

Etude cinématique :

1. Exprimer  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_z$  et  $\vec{MA}$ .
2. Exprimer, les vecteurs vitesse  $\vec{V}(M) = \vec{V}(M/\mathcal{R})$  et accélération  $\vec{a}(M) = \vec{a}(M/\mathcal{R})$  du point  $M$ .

### Etude dynamique :

3. Dans  $\mathcal{R}$ , l'anneau est soumis à trois forces. Exprimer - quand c'est possible - ces forces.
4. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_\theta$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  :  $\ddot{\theta} + f(\theta) = 0$  (on donnera  $f(\theta)$ ).
5. Donner  $\tan(\theta_{eq})$  ( $\theta_{eq}$  est une position d'équilibre) et montrer l'existence de deux positions d'équilibre, une  $\theta_{eq1}$  entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  et une autre  $\theta_{eq2}$  entre  $\pi$  et  $\frac{3\pi}{2}$  telles que  $\theta_{eq2} = \theta_{eq1} + \pi$ .
6. En projetant la RFD suivant  $\vec{e}_r$ , établir l'expression de la réaction du cerceau sur l'anneau  $M$  en fonction de  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ .
7. Montrer que l'équation différentielle du mouvement, pour des petites oscillations au voisinage de  $\theta_{eq1}$ , s'écrit :

$$\ddot{\theta} + \frac{k}{m} \sqrt{1 + \tan^2(\theta_{eq1})} (\theta - \theta_{eq1}) = 0$$

On effectuera un développement limité d'ordre un de la fonction  $f(\theta)$  au voisinage de  $\theta_{eq1}$ .

Rappel : pour  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$   $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$  ;  $\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$

8. Conclure sur la stabilité de la position d'équilibre  $\theta_{eq1}$ .

Examen de rattrapage : Partie Optique géométrique  
Option: MIP (S1 & S2) / Module: P112  
Le 9-02-2015

AU : 2014/15

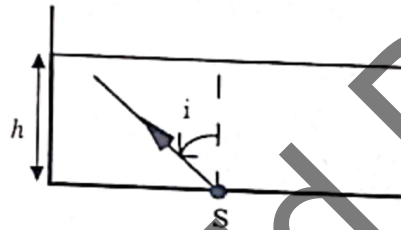
Durée de l'examen : 20mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

Exercice 1 :

On place une source lumineuse monochromatique  $S$  au fond d'un bassin de hauteur  $h$  rempli d'un liquide d'indice  $n = 4/3$ .

1. Tracer la marche de deux rayons lumineux issus de la source correspondant aux angles d'incidence  $i_1 = 30^\circ$  et  $i_2 = 60^\circ$ .
2. On observe à la surface de l'eau un disque lumineux de rayon  $R = 2\text{ m}$ . Expliquer le phénomène et calculer la profondeur  $h$  du bassin.



Exercice 2 :

Choisir une réponse parmi les quatre propositions (a, b, c et d).

Un miroir sphérique de centre  $C$  et de sommet  $S$  est plongé dans un milieu homogène et isotrope d'indice  $n$ . Les distances algébriques sont comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière incidente.

1. Donner les positions des foyers objet  $F$  et image  $F'$  du miroir :
  - a.  $F$  est au milieu du segment  $SC$  et  $F'$  est symétrique de  $F$  par rapport au sommet  $S$ ,
  - b.  $F'$  est au milieu du segment  $SC$  et  $F$  est symétrique de  $F'$  par rapport au centre  $C$ ,
  - c.  $F$  et  $F'$  sont confondus et situés au milieu du segment  $SC$ ,
  - d.  $F$  et  $F'$  sont rejetés à l'infini.
2. Quelle doit être la vergence  $V = \frac{1}{SF'} (exprimée en dioptries, de symbole  $\delta$ , avec  $1\delta = 1\text{m}^{-1}$ ) d'un miroir sphérique placé dans l'air pour qu'il donne d'un objet réel situé à  $10\text{ m}$  du sommet une image droite et 5 fois plus petite que l'objet ?
 
  - a.  $V = 0,4 \delta$ ,
  - b.  $V = -12 \delta$ ,
  - c.  $V = 3,7 \delta$ ,
  - d.  $V = 12 \delta$ .$
3. Quelle est la nature d'un tel miroir ?
  - a. convergent et convexe,
  - b. divergent et concave,
  - c. divergent et convexe,
  - d. convergent et concave.



Examen : Partie Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 18-02-2016

Durée de l'examen : 01h 30mn

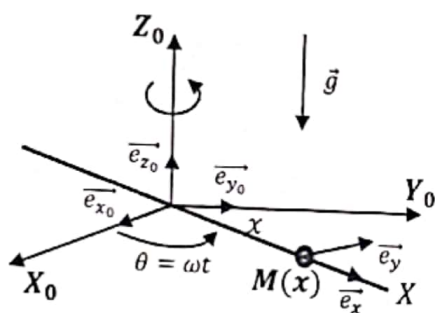
(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

A.U.2015/16

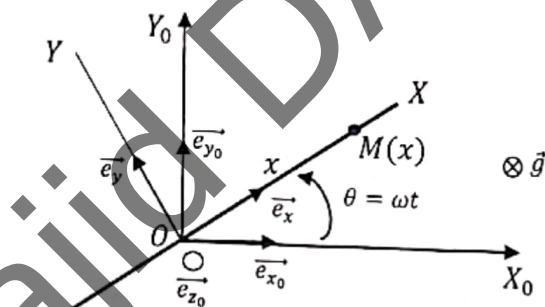
Les parties I et II du problème sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Soit  $\mathcal{R}_0$  un référentiel galiléen rapporté à un repère cartésien  $(O; \vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0}, \vec{e}_{z_0})$ . Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long d'une tige  $OX$  restant dans le plan horizontal  $X_0OY_0$  et en rotation autour de l'axe  $OZ_0$  vertical avec une vitesse angulaire constante  $\dot{\theta} = \omega$ .  $M$  est soumis au champ de pesanteur terrestre  $\vec{g} = -g\vec{e}_{z_0}$  supposé uniforme.

Une force  $\vec{T} = -k\vec{OM}$  ( $k > 0$ ) tend à attirer l'anneau  $M$  vers le point  $O$ . Elle se comporte comme une force de rappel élastique due à un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide nulle ( $l_0 \approx 0$ ), dont l'autre extrémité serait fixée en  $O$ . Voir les figures de description du mouvement.



Représentation dans l'espace



Représentation dans le plan  $(O; \vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0})$

Description du mouvement

La position de l'anneau sur la tige est représentée par le vecteur  $\vec{OM} = x\vec{e}_x$ .

A l'instant initial  $t = 0$ , la tige  $OX$  est confondue avec l'axe  $OX_0$ , et l'anneau  $M$  est lâché sans vitesse initiale ( $\dot{x}(0) = 0$ ) d'un point  $M_0$  tel que  $\vec{OM}_0 = x_m\vec{e}_x$  avec  $x_m > 0$ .

I- Etude du mouvement relatif

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  par rapport au référentiel relatif  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_{z_0})$  lié à la tige  $OX$  et on prendra comme variable du mouvement la coordonnée  $x = \vec{OM}$  du point  $M$  sur l'axe  $OX$ . On exprimera tous les vecteurs dans la base de projection mobile  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_{z_0})$ .

A- Préliminaires

1. Le référentiel  $\mathcal{R}$  est-il en translation par rapport à  $\mathcal{R}_0$ ? Est-il en rotation (si oui donner son vecteur rotation)? Est-il galiléen?
2. Exprimer la vitesse  $\vec{V}(M/\mathcal{R})$  et l'accélération  $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ .
3. Exprimer les accélérations d'entraînement  $\vec{a}_e(M/\mathcal{R})$  et de coriolis  $\vec{a}_c(M/\mathcal{R})$  de  $M$  si elles existent.

### B- Application de la RFD

4. Dans  $\mathcal{R}$ , l'anneau est soumis à cinq forces. Exprimer - quand c'est possible - ces forces.
5. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_x$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .
6. En projetant la RFD suivant  $\vec{e}_y$  et  $\vec{e}_{z_0}$ , exprimer les composantes de la réaction de la tige sur l'anneau.
7. Donner la position d'équilibre relative  $x_{eq}$ , de l'anneau  $M$  par rapport à la tige, et la condition de sa stabilité.

### C- Application du théorème de l'énergie mécanique

8. Donner les travaux élémentaires des forces agissant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
9. En déduire l'énergie potentielle totale  $E_p(x)$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  (on prendra l'origine des énergies potentielles en  $x = 0$ ).
10. Donner l'énergie mécanique  $E_m(x)$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .

### D- Etude d'un cas particulier

11. On prendra  $\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}$  :
  - a- Réécrire l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$  en fonction de  $\omega$ .
  - b- Vérifier que  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  est solution de l'équation différentielle.
  - c- En utilisant les conditions initiales ( $x(0) = x_m > 0, \dot{x}(0) = 0$ ), donner ( $A > 0$ ) et  $\varphi$ .
  - d- En déduire l'expression de la composante de la réaction suivant  $\vec{e}_y$  en fonction du temps.
  - e- Exprimer en fonction du temps les énergies potentielle  $E_p(t)$  et cinétique  $E_c(t)$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et vérifier la conservation de l'énergie mécanique de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .

### II- Nature du mouvement absolu (cas particulier)

On considère le cas de déplacement sinusoïdale de l'anneau  $M$  sur la tige  $OX$  représenté par le vecteur position  $\vec{OM} = x_m \cos(\omega t) \vec{e}_x$  ( $x_m$  est une constante positive). La tige est en rotation uniforme dans le plan  $X_0OY_0$  autour de l'axe  $OZ_0$  et sa direction est représentée au cours du temps par l'angle  $\theta = (\vec{OX}_0, \vec{OX}) = \omega t$ . Voir les figures de description du mouvement.

- a- Exprimer  $\vec{OM}$  en fonction de  $\cos(2\omega t)$ ,  $\sin(2\omega t)$  et  $x_m$  dans la base  $(\vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0})$ .  
(Rappel :  $\cos 2\theta = 2 \cos^2(\theta) - 1$  et  $\sin 2\theta = 2 \sin(\theta) \cos(\theta)$ ).
- b- Exprimer la vitesse de  $M$  dans  $\mathcal{R}_0$  [ $\vec{v}_a(M) = \vec{v}(M/\mathcal{R}_0)$ ] et montrer que son module est constant.
- c- Exprimer l'accélération de  $M$  dans  $\mathcal{R}_0$  [ $\vec{a}_a(M) = \vec{a}(M/\mathcal{R}_0)$ ] et montrer que son module est constant.
- d- Donner l'équation cartésienne de la trajectoire  $\mathcal{C}$  du point  $M$  dans le référentiel fixe  $\mathcal{R}_0$ .
- e- En déduire, à partir des questions (b- et d-), la nature du mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}_0$ .



Examen : Partie Optique Géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 18-02-2016

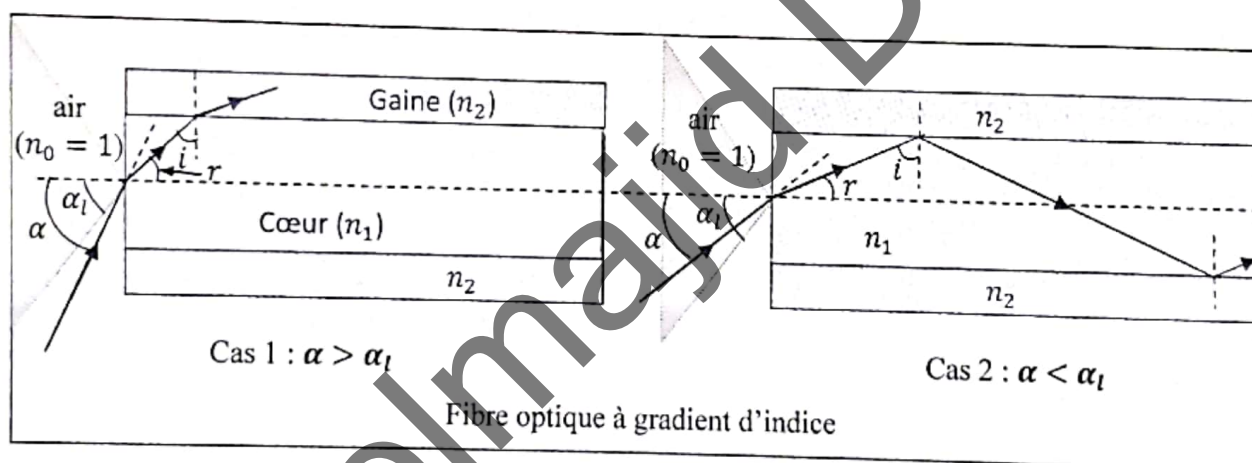
Durée de l'examen : 40mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

A.U.2015/16

### Exercice 1

Une fibre à gradient d'indice (figure) est formée d'un cœur cylindrique homogène et isotrope d'indice de réfraction  $n_1$ , entouré d'une gaine, homogène et isotrope, d'indice de réfraction  $n_2$  légèrement inférieur à  $n_1$  ( $n_2 < n_1$ ). Un rayon lumineux arrive de l'air, d'indice de réfraction  $n_0 = 1$ , sous une incidence  $\alpha$  et pénètre dans le cœur de la fibre optique d'indice de réfraction  $n_1$ . Le rayon lumineux se réfracte en traversant la surface de séparation cœur-gaine si l'angle d'incidence  $\alpha$  est supérieur à un angle limite  $\alpha_l$  appelé angle d'acceptance (cas 1); dans le cas contraire,  $\alpha$  inférieur à  $\alpha_l$  (cas 2), le rayon reste confiné à l'intérieur du cœur et se propage dans la fibre. Notre but est de déterminer l'ouverture numérique  $ON = n_0 \sin \alpha_l$ .



Remarque : On peut considérer tous les angles positifs.

- 1- Exprimer le sinus de l'angle de réfraction  $r$  en fonction de  $n_1$  et de l'incidence  $\alpha$ .
- 2- L'angle d'incidence sur la surface de séparation cœur - gaine est  $i$ . Donner la relation entre  $i$  et  $r$  et exprimer  $\cos i$  en fonction de  $\alpha$ .
- 3- Exprimer le sinus de  $i_l$  l'angle limite d'incidence (l'angle critique) entre les milieux d'indice  $n_2$  et  $n_1$  (à la surface de séparation cœur-gaine).
- 4- Quelle condition doit vérifier  $\sin i$  pour que le rayon lumineux puisse se propager dans la fibre (cas 2).
- 5- Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence  $\alpha$  sur la surface d'entrée de la fibre est inférieur à une valeur limite  $\alpha_l$  (on montrera que  $\sin \alpha < \sin \alpha_l$ ). Exprimer l'ouverture numérique  $ON = n_0 \sin \alpha_l$  en fonction de  $n_1^2$  et  $n_2^2$ .



### Exercice 2

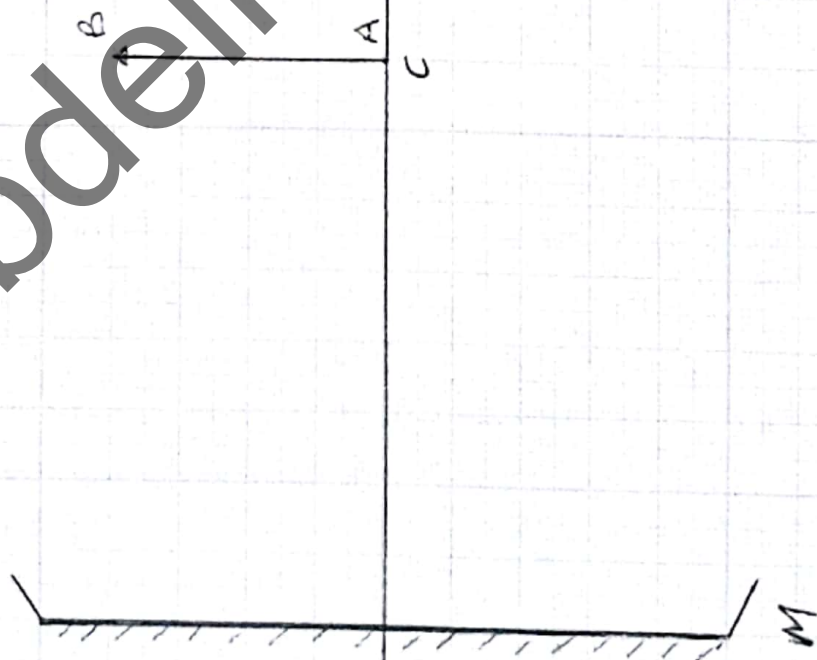
Soit un système optique (S) formé par l'association d'une lentille mince convergente  $L$  de centre  $O$  et d'un miroir sphérique concave  $M$  de sommet  $S$  et de centre  $C$ .  $L$  et  $M$  ont même distance focale ( $|SF'_M| = |OF'_L| = 40 \text{ cm}$ ) et sont disposés de sorte que le centre optique  $C$  du miroir soit le milieu du segment  $[S, O]$ .

On place, à égale distance de  $M$  et  $L$  et perpendiculairement à leur axe optique commun, un petit objet  $\overline{AB}$  de 2 cm de hauteur.

- 1- Soit  $\overline{A_1B_1}$  l'image de  $\overline{AB}$  par la lentille  $L$ . ( $\overline{AB} \xrightarrow{L} \overline{A_1B_1}$ )
  - a- Tracer (sur le DOCUMENT REPONSE en respectant les échelles mentionnées) les marches des rayons lumineux montrant la formation de l'image  $\overline{A_1B_1}$ . En déduire la nature, la position et la dimension de cette image. On donnera  $\overline{OA_1}$  et  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$
  - b- Retrouver  $\overline{OA_1}$  et  $\gamma_1$  en appliquant les formules de conjugaison relatives à la lentille mince. On se placera dans le cadre du stigmatisme approché.
- 2- Soit  $\overline{A_2B_2}$  l'image de  $\overline{AB}$  correspondant aux rayons lumineux qui rencontrent d'abord le miroir  $M$  puis la lentille  $L$ . Une image intermédiaire  $\overline{A'B'}$  de l'objet  $\overline{AB}$  est formée par le miroir  $M$  qui servira d'objet pour la lentille  $L$  :  $\overline{AB} \xrightarrow{M} \overline{A'B'} \xrightarrow{L} \overline{A_2B_2}$ 
  - a- Construire graphiquement les images intermédiaire  $\overline{A'B'}$  et finale  $\overline{A_2B_2}$  (sur le DOCUMENT REPONSE en respectant les échelles mentionnées). En déduire la nature, la position et la dimension de l'image finale  $\overline{A_2B_2}$  de  $\overline{AB}$  par le système optique (S). On donnera  $\overline{OA_2}$  et  $\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}}$
  - b- En utilisant les formules de conjugaison relatives au miroir sphérique dans l'approximation de Gauss, donner  $\overline{SA'}$  la position de l'image intermédiaire  $\overline{A'B'}$  et le grandissement linéaire  $\gamma' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ .
  - c- Retrouver par calcul la position  $\overline{OA_2}$  de l'image finale  $\overline{A_2B_2}$ , le grandissement linéaire  $\gamma'' = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A'B'}}$  puis en déduire  $\gamma_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}}$ . (On peut se servir des résultats de la question 1-b-)

NOM :  
Prénom :  
CNE :

0,5 cm  
10 cm



DOCUMENT - REPONSE  
( A RENDRE AVEC LA COPIE )

**Examen de rattrapage : Partie Mécanique du point**

Option: MIP (S1) / Module: P112

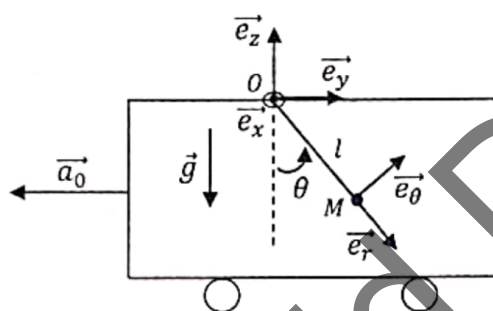
Le 29-02-2016

Durée de l'examen : 55 mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

Soit un référentiel  $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  lié à un véhicule en translation horizontale d'accélération  $\vec{a}_0 = -a_0 \vec{e}_y$  ( $a_0$  est une constante positive) par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_T$  supposé galiléen.

On étudie dans  $\mathcal{R}$ , les oscillations planes du pendule simple formé par une boule en acier  $M$  de masse  $m$  et un fil de longueur  $l$  accroché au plafond du véhicule au point  $O$ .



On prendra comme variable du mouvement l'angle  $\theta$  que fait le pendule simple avec l'axe vertical  $(O, \vec{e}_z)$ .

1. Le référentiel  $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est-il galiléen ? justifiez votre réponse.
2. Exprimer dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  :
  - a- Les vecteurs :  $\vec{e}_y$  et  $\vec{e}_z$ ,
  - b- Les vecteurs : vitesse relative  $\vec{V}_r = \vec{V}(M/\mathcal{R})$ , accélération relative  $\vec{a}_r = \vec{a}(M/\mathcal{R})$ ,  $\vec{a}_e$  accélération d'entraînement et  $\vec{a}_c$  accélération de Coriolis du point  $M$ .
3. Exprimer, dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ , les forces qui s'exercent sur la boule  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
4. Donner l'équation différentielle en  $\theta$ , en utilisant le théorème du moment cinétique appliqué à  $M$  dans  $\mathcal{R}$  par rapport l'axe  $(O, \vec{e}_x)$ .
5. En déduire la position d'équilibre  $\theta_e$ . (On donnera  $\tan \theta_e$ )
6. Montrer que, dans  $\mathcal{R}$ , le système est conservatif et donner son énergie potentielle totale  $E_p(\theta)$ .  
On prendra l'origine des énergies potentielles en  $= 0$  ( $E_p(0) = 0$ ).
7. La position d'équilibre  $\theta_e$  est-elle stable ? si oui donner la période  $T$  des petites oscillations au voisinage de cette position d'équilibre.

**Rappel :** (pour  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$   $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \theta}}$  ;  $\sin \theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{1+\tan^2 \theta}}$ )



Examen de rattrapage: Partie Optique Géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 29-02-2016

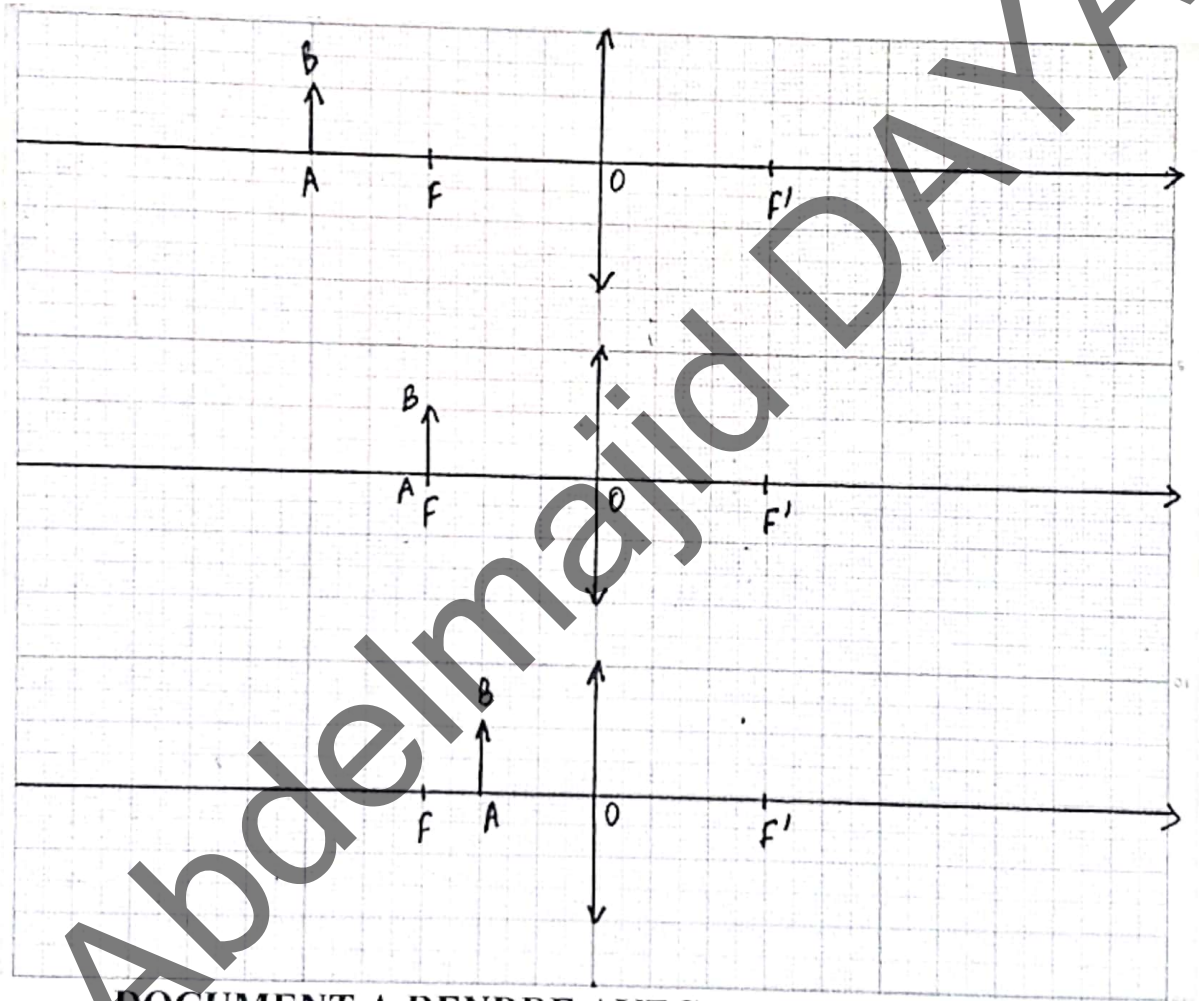
Durée de l'examen : 35 mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

A.U.2015/16

**Exercice 1**

1. Construire l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  par une lentille convergente de centre  $O$  et de foyer objet  $F$  dans les trois cas suivants, en précisant sa nature.



**DOCUMENT A RENDRE AVEC LA COPIE D'EXAMEN**

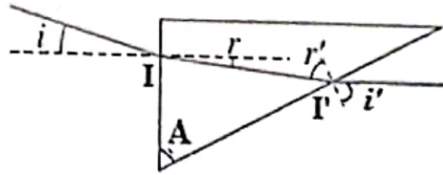
2. Soit une lentille convergente de centre  $O$  et de distance focale  $f' = \overline{OF'} = 21 \text{ cm}$ .

2.1. En appliquant les formules de conjugaison relatives à la lentille mince, déterminer la position  $\overline{OA'}$  et le grandissement  $\gamma$  de l'image  $A'B'$  d'un objet réel  $AB$  de dimension  $2 \text{ cm}$  situé à une position  $\overline{OA} = -35 \text{ cm}$ .

2.2. Où doit-on placer cet objet  $AB$  pour obtenir une image  $A'B'$  droite, virtuelle et trois fois plus grande que  $AB$  ? Donner alors sa position  $\overline{OA'}$ .

## Exercice 2

1. Soit un prisme d'indice  $N$  plongé dans l'air d'indice 1.

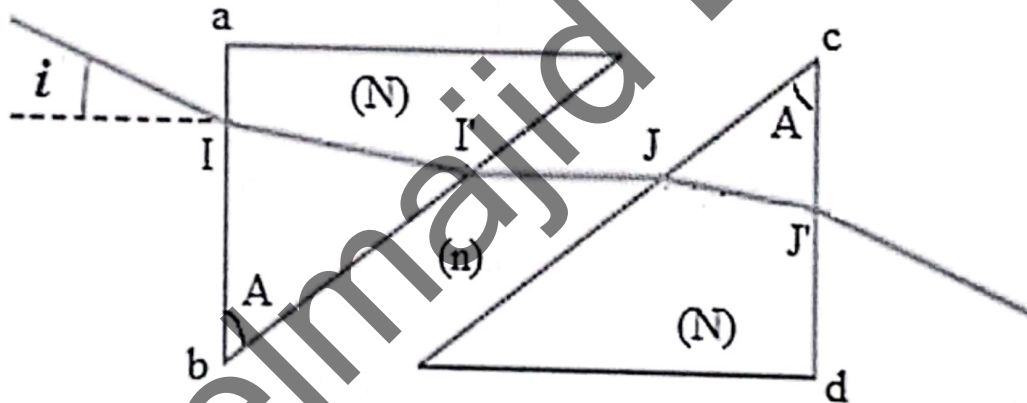


1.1. Ecrire les relations de Descartes en I et I'.

1.2. Donner la relation entre les angles  $A$ ,  $r$  et  $r'$ .

2. Un réfractomètre d'Abbe comprend deux prismes identiques, d'indice  $N = 1,732$ , à base en forme de triangle rectangle dont le deuxième angle est noté  $A$  (cf. figure). Entre ces prismes est intercalé un film de liquide d'indice  $n$  que l'on cherche à déterminer.

Un rayon lumineux arrive sur la face (ab) sous une incidence  $i$  émerge par la face (cd) en suivant le chemin  $II'JJ'$ .



2.1. Représenter sur la figure ci-dessus les angles d'incidences et de réfractions aux points I, I', J, J'?

Par une comparaison des angles, déduire une condition sur les indices de réfraction  $N$  et  $n$  relative au chemin  $II'JJ'$ ?

2.2. Déterminer l'angle de réfraction  $J'$  ?

2.3. En quel point des surfaces de séparation, peut-on avoir une réflexion totale ? Donner le sinus de l'angle limite d'incidence (angle critique)  $\alpha_l$  correspondant ?

2.4. Exprimer le sinus de l'angle d'incidence en I  $\sin(i_i)$  associé à l'angle limite  $\alpha_l$  en fonction de  $N$ ,  $n$  et  $A$  ?

2.5. Que vaut l'indice  $n$  si on observe une disparition du rayon émergeant par la face (cd) pour une incidence  $i = 18^\circ$  ?

**Examen : Partie Mécanique du point matériel**

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 30-01-2017

Durée de l'examen : 01h 20mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

Un point matériel  $M$ , de masse  $m$ , se déplace sans frottement sur le côté intérieur d'un cerceau de centre  $O$  et de rayon  $R$  (Figure 1). Le cerceau est fixe dans le plan  $(YOZ)$  d'un référentiel galiléen  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , dans lequel  $OZ$  représente la verticale ascendante. On note  $g$  le module constant du champ de pesanteur terrestre. Soit  $A$  le point le plus bas situé à  $(\theta_A = 0)$ .

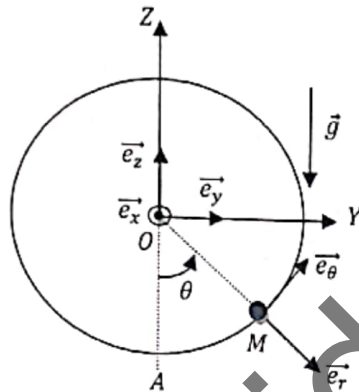


Figure 1

On introduit la base polaire  $\mathcal{B}(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_x)$  liée à  $M$  dans le plan  $(YOZ)$ , et définie par les vecteurs unitaires  $\vec{e}_r = \frac{\vec{OM}}{R}$  et  $\vec{e}_\theta$  avec  $\theta = (-\vec{e}_z, \vec{OM})$  (Figure 1).

**A - Questions de cours.**

1. Énoncer les trois lois de Newton.
2. Rappeler la définition d'une force conservative.
3. Donner les définitions de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique.
4. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

**B - Cerceau est immobile**

1. Exprimer, les vecteurs vitesse  $\vec{V}(M) = \vec{V}(M/\mathcal{R})$  et accélération  $\vec{a}(M) = \vec{a}(M/\mathcal{R})$  du point  $M$  par rapport à  $\mathcal{R}$  dans  $\mathcal{B}$ .
2. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}$  et les exprimer dans la base  $\mathcal{B}$ .
3. Déterminer les expressions de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ . On prendra l'origine de l'énergie potentielle au point  $A$ .
4. L'énergie mécanique du point  $M$  se conserve-t-elle ?? Justifier votre réponse ??
5. En déduire l'équation différentielle du mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  vérifiée par  $\theta(t)$ .



### C - Cerceau est en mouvement

Le cerceau tourne autour de son diamètre verticale  $OZ$  à la vitesse angulaire  $\omega$  constante. On note  $\mathcal{R}_1(O; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_z)$  le référentiel lié au cerceau, et confondu avec  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  à l'instant initial. On introduit la base polaire  $\mathcal{B}(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_{x1})$  liée à  $M$  dans le plan  $(YOZ)$ , et définie par les vecteurs unitaires  $\vec{e}_r = \frac{\vec{OM}}{R}$  et  $\vec{e}_\theta$  avec  $\theta = (-\vec{e}_z, \vec{OM})$  (Figure 2).

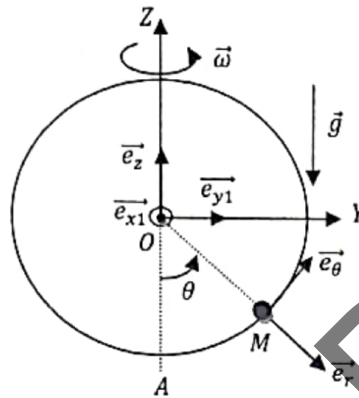


Figure 2

1. Donner l'expression du vecteur rotation  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_1/\mathcal{R})$  de  $\mathcal{R}_1$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .
2. Exprimer les vecteurs vitesses du point  $M$  : vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_1)$ , vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_1/\mathcal{R})$  et vitesse absolue  $\vec{V}_a(M/\mathcal{R})$ .
3. Exprimer les vecteurs accélérations du point  $M$  : accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_1)$ , accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_1/\mathcal{R})$ , accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_1/\mathcal{R})$  et l'accélération absolue  $\vec{a}_a(M/\mathcal{R})$ .
4. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}_1$  et les exprimer dans la base  $\mathcal{B}$ .
5. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}_1$  (RFD), trouver l'équation différentielle en  $\theta$ , qui régit le mouvement du point matériel  $M$  sur le cerceau et en déduire les positions d'équilibre possibles  $\theta_e$ .
6. Etudier la stabilité de ces équilibres et donner les expressions des périodes des oscillations autour des positions stables (on posera  $\theta = \theta_e + \varepsilon$  et on étudiera les équations différentielles en  $\varepsilon$ ).

Examen : Partie Optique géométrique AU : 2016/17

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 30-01-2017

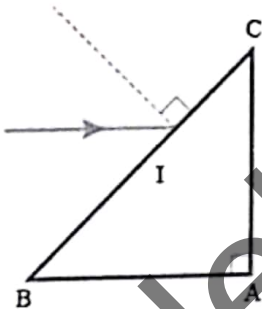
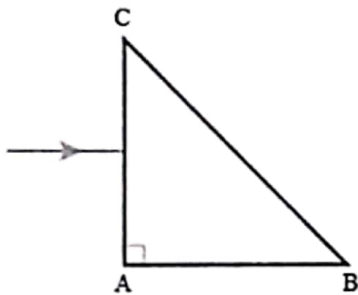
Durée de l'examen : 40mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1 :**

On considère un prisme rectangle isocèle ABC, rectangle en A, d'indice  $n=1,5$ .

**Tracer la marche du rayon** incident à travers le prisme et calculer la **déviation D** du rayon incident à la traversée du prisme dans chacun des cas suivants (on indiquera le ou les cas où il y a réflexion totale).



### Exercice 2 :

Par une construction géométrique, déterminer la position de l'image  $A'B'$  et sa nature d'un objet  $AB$  et identifier la nature du miroir, dans les cas (a, b, c) suivants:

a-

	Miroir	Objet AB	Image A'B'
Nature			

b-

	Miroir	Objet AB	Image A'B'
Nature			

c-

	Miroir	Objet AB	Image A'B'
Nature			

Examen de rattrapage : Partie Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 20-02-2017

Durée de l'examen : 55 mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1: Questions de cours**

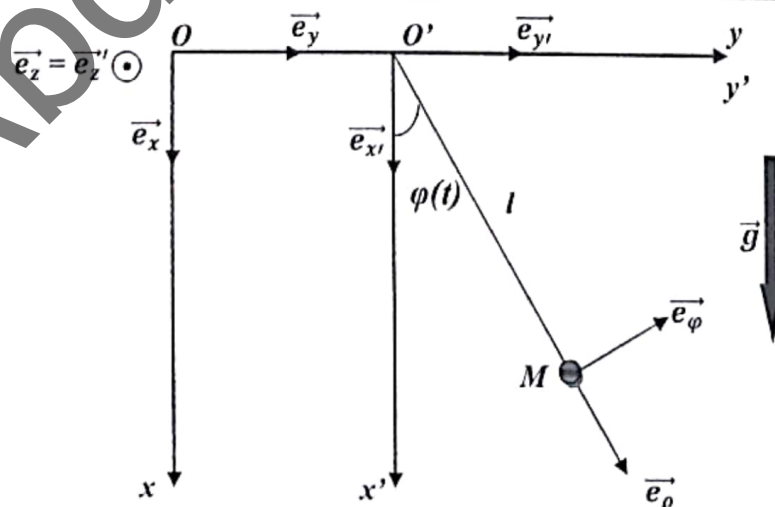
- 1- Énoncer les trois lois de Newton .
- 2- Rappeler la définition d'une force conservative.
- 3- Énoncer le théorème du moment cinétique.
- 4- Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

**Exercice 2:**

On considère un pendule simple, de longueur  $O'M = l = cte$ , et de masse  $m$  fixée en  $M$ . A l'aide d'un vibreur, on impose à  $O'$  un mouvement oscillatoire suivant l'axe  $Oy$  du référentiel galiléen lié au laboratoire  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , dont  $Ox$  est la verticale descendante (Figure). On définit le repère  $\mathcal{R}'(O'; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$ , en translation rectiligne suivant  $Oy$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Le pendule tourne sans frottement autour de l'axe  $O'z'$ .

A l'instant  $t = 0$ , les origines des deux repères sont confondues. La position de  $O'$  est définie par  $\vec{OO'} = a \sin(\omega t) \vec{e}_y$  où  $a$  est l'amplitude du mouvement de  $O'$ , et  $\omega$  est la pulsation de l'oscillation. On note  $\vec{g}$  le champ de pesanteur terrestre, et  $\varphi(t)$  l'angle que fait le pendule avec la verticale descendante.

Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base de projection mobile  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}'$  en fonction de  $\varphi(t)$  et de ses dérivées temporelles.





**1- Vitesse et accélération par rapport à  $\mathcal{R}'$**

Exprimer la vitesse  $\vec{V}(M/\mathcal{R}')$  et l'accélération  $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

**2- Vitesses et accélérations par rapport à  $\mathcal{R}$**

2-1- Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est-il galiléen ? Justifier.

2-2- Exprimer la vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  de  $M$  dans le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

2-3- Exprimer l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  de  $M$  dans le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

2-4- Exprimer l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  de  $M$  dans le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .

2-5- Dédire des lois de composition des vitesses et des accélérations, la vitesse  $\vec{V}(M/\mathcal{R})$  et l'accélération  $\vec{a}(M/\mathcal{R})$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .

**3- Application de la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$ .**

3-1- Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

3-2- Écrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$ , et en déduire l'équation différentielle du mouvement de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

3-3- Déterminer l'expression de la tension du fil.

**4- Bilan énergétique**

4-1- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique  $E_c$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

4-2- Quelles sont les forces s'exerçant sur  $M$  et dérivant d'une énergie potentielle ? Peut-on donner leur expression ? Justifier.

Examen de rattrapage : Partie Optique géométrique

AU : 2016/17

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 20-02-2017

Durée de l'examen : 35 mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

Exercice 1 :

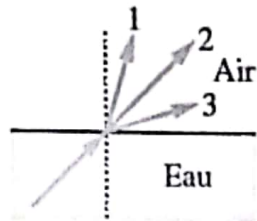
Choisir une réponse parmi les trois propositions et justifier votre choix.

1 - Le rayon passe de l'eau dans l'air ( $n_{\text{eau}} = 1,33$  et  $n_{\text{air}} = 1$ ). Le rayon sortant est

(1) le rayon 1 ☐

(2) le rayon 2 ☐

(3) le rayon 3 ☐



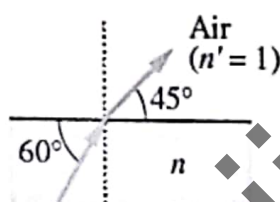
Justification

2 - Un rayon lumineux se réfracte en passant d'un milieu d'indice  $n$  dans l'air. L'indice  $n$

(1) vaut  $\sqrt{2}$  ☐

(2) vaut 2 ☐

(3) est impossible à calculer ☐



Justification

3 - Déterminer, à partir des formules du prisme, l'angle d'émergence  $i'$  si  $i = 40^\circ$  ( $A = 60^\circ$  et  $n = 1,5$ )

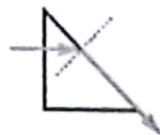
(1)  $58,45^\circ$

(2)  $38,5^\circ$

(3)  $49,2^\circ$

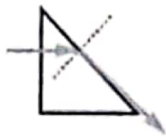
Justification

4 - Un rayon perpendiculaire à la face d'entrée d'un prisme de verre ( $n = 1,5$ ) placé dans l'air ressort tangemment à la deuxième face.



Il est maintenant placé dans l'eau ( $n_{\text{eau}} = 1,33$ ). Quel est le bon trajet parmi les schémas (1), (2) ou (3) ?

Justification



(1) ☐



(2) ☐

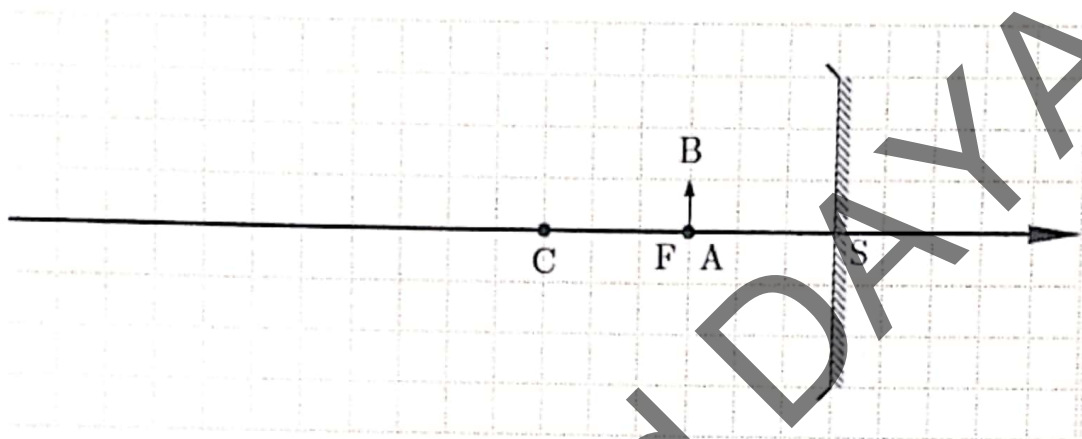


(3) ☐

### Exercice 2 :

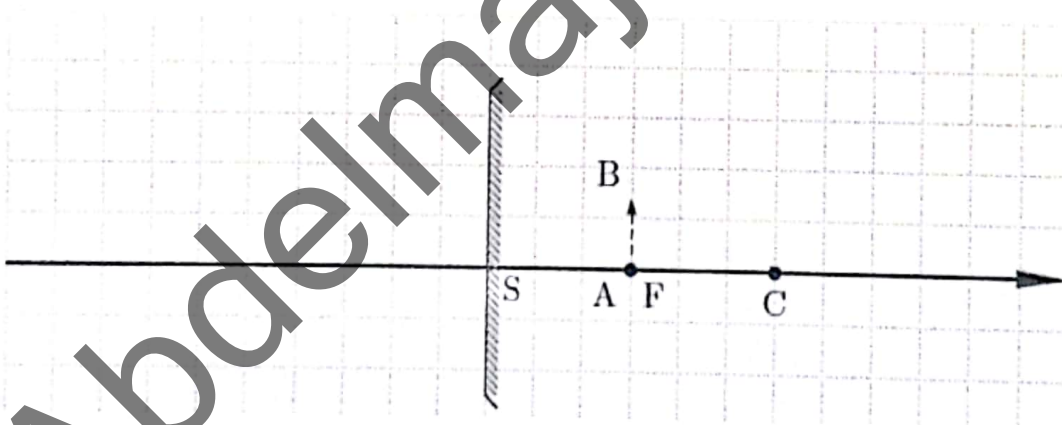
Par une construction géométrique, déterminer la position de l'image  $A'B'$  et sa nature d'un objet  $AB$  et identifier la nature du miroir, dans les cas (a, b et c) suivants:

a-



	Miroir	Objet AB	Image A'B'
Nature			

b-



	Miroir	Objet AB	Image A'B'
Nature			

Option: MIP (S1) / Module: P112  
Examen : Mécanique du point matériel  
Le 08-06-2017  
Durée de l'examen : 1h20mn

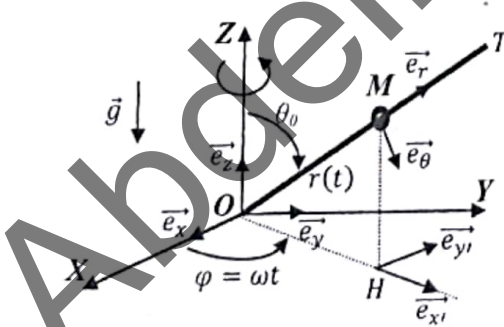
Exercice 1

Exprimer les vecteurs vitesse et accélération d'un point matériel  $M$  en coordonnées sphériques dans sa base locale. On précisera l'expression de la dérivée par rapport au temps des vecteurs unitaires utilisés et l'expression de son vecteur rotation instantané.

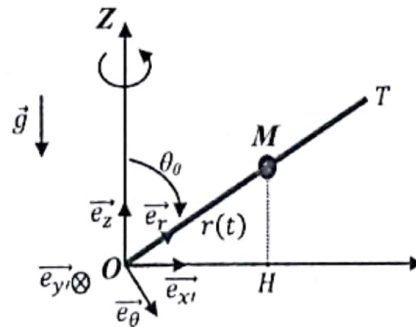
Exercice 2

Une masselotte  $M$ , de masse  $m$ , peut coulisser sans frottement sur une tige ( $T$ ). On note  $r(t)$  la distance  $OM$  entre l'extrémité de la tige et la masselotte  $M$  considérée comme ponctuelle. Cette tige, inclinée de l'angle  $\theta_0$  (constant) par rapport à l'axe  $Oz$  du repère d'observation  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , tourne uniformément à la vitesse angulaire  $\dot{\varphi} = \omega$  autour de l'axe  $Oz$ .

On note  $\mathcal{R}'(O; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_z)$  le repère orthonormé direct lié à la tige est indiqué sur la figure et que  $\mathcal{B}_L(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_{\varphi})$  sa base locale.



Représentation dans l'espace



Représentation dans le plan ( $O; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_z$ )

Description du mouvement

Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}'$ .



A- Etude cinématique :

1. Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est-il en translation ou en rotation par rapport à  $\mathcal{R}$ ? (si oui donner sa vitesse de l'origine et son vecteur rotation) ? Est-il galiléen ?
2. Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  en fonction de  $r$  et  $\theta_0$  dans le repère  $\mathcal{R}'(O; \overrightarrow{e_x'}, \overrightarrow{e_y'}, \overrightarrow{e_z'})$ .  
En déduire l'expression de la vitesse de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$  et de l'accélération de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
3. Déterminer l'expression de la vitesse d'entraînement  $\overrightarrow{V_e}$ , de l'accélération d'entraînement  $\overrightarrow{a_e}$  et de l'accélération de Coriolis  $\overrightarrow{a_c}$  liée à  $M$  dans le mouvement de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$ .
4. Retrouver par application des lois de composition des mouvements, les expressions de la vitesse absolue  $\overrightarrow{V_a}$  et de l'accélération absolue  $\overrightarrow{a_a}$  de  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .

B- Etude dynamique et énergétique :

A l'instant initial,  $M$  est lâchée sans vitesse initiale à la distance  $r_0$  et l'on cherche à étudier le mouvement ultérieur de  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .

1. Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur  $M$ .
2. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$ .
3. En projetant cette relation (RFD) suivant  $\overrightarrow{e_x'}$ ,  $\overrightarrow{e_y'}$  et  $\overrightarrow{e_z'}$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $r(t)$ .
4. Trouver une intégrale première du mouvement.
5. Déterminer l'énergie potentielle associée à chaque force qui s'exerce sur  $M$ .  
(On prendra l'origine de l'énergie potentielle en  $O = 0$ , ( $E_p(0) = 0$ ))
6. En déduire l'expression de l'énergie potentielle totale  $E_p(r)$ .
7. Déterminer la position d'équilibre  $r_e$  et discuter de sa stabilité.

Examen : Optique géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

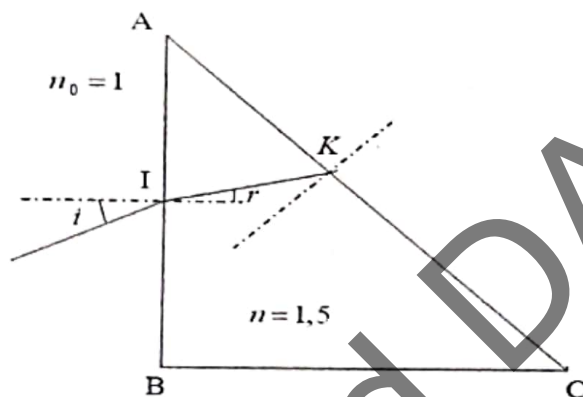
Le 08-06-2017

Durée de l'examen : 40mn

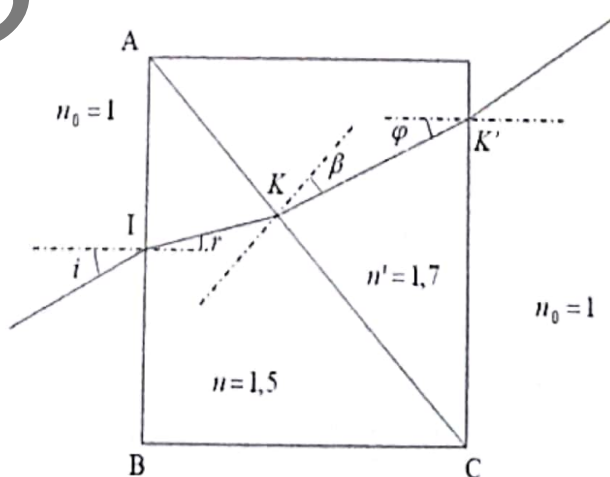
(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1 :**

On considère un prisme de section rectangle isocèle en verre d'indice  $n = 1,5$ . Un rayon incident frappe la face AB en I sous une incidence  $i$ .



1. Déterminer la condition sur l'angle d'incidence  $i$  pour qu'il y ait réflexion totale en K.
2. S'il y a réflexion totale en K, quelle est la condition pour que le rayon lumineux soit réfracté en J sur la face BC.
3. On accole un second prisme de dimensions identiques au premier contre la face AC de manière à former un carré. L'indice de ce second prisme est  $n' = 1,7$ . Déterminer l'angle maximal d'incidence  $i$  qui peut donner un rayon réfracté en K', point où le rayon émerge du second prisme.



**Exercice 2 :**

Un miroir sphérique concave de centre de courbure C et de sommet S à un rayon  $R = 6 \text{ cm}$ .

1. Préciser la position et la nature des foyers du miroir.
2. Un objet réel  $\overline{AB}$  de dimension  $1 \text{ cm}$  est situé à une distance de  $-9 \text{ cm}$  du sommet S.
  - 2.1. Tracer, à l'échelle réelle, la marche du rayon lumineux montrant la formation de l'image  $\overline{A'B'}$ . En déduire la nature, la position et la dimension de cette image.
  - 2.2. Retrouver ces résultats en appliquant les formules de conjugaison relatives au miroir sphérique. On se placera dans le cadre du stigmatisme approché.
3. Où doit-on placer cet objet  $\overline{AB}$  pour obtenir une image  $\overline{A'B'}$  droite, virtuelle et deux fois plus grande que  $\overline{AB}$  ? Donner alors la position de cette image par rapport au sommet S. Représenter la marche des rayons lumineux correspondants.



**Examen : Mécanique du point matériel & Optique géométrique**

Option: MIP (S1) / Module: P112

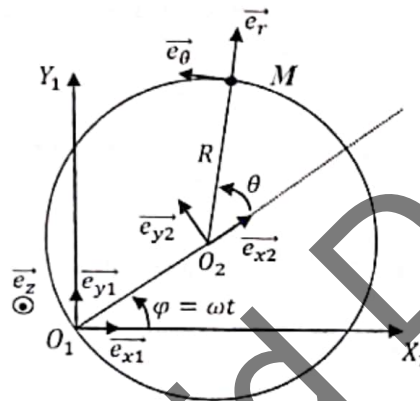
Le 10-01-2018

Durée de l'examen : 02h00mn

**A- Mécanique du point matériel (1h20mn)**

Soit  $\mathcal{R}_1$  un référentiel galiléen rapporté à un repère cartésien  $(O_1; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_z)$ . Un cerceau de centre  $O_2$  et de rayon  $R$  tourne autour d'un de ses points  $O_1$  dans le plan horizontal  $(O_1; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1})$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ . Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long du cerceau.

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  dans le référentiel mobile  $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$  lié au cerceau. Dans  $\mathcal{R}_2$ , l'anneau  $M$  est repéré par l'angle  $\theta = (\vec{e}_{x2}, \vec{e}_r)$  voir figure :



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base de projection mobile  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

**I. Étude cinématique :**

- Le référentiel  $\mathcal{R}_2$  est-il en translation par rapport à  $\mathcal{R}_1$  (si oui donner sa vitesse de translation) ? Est-il en rotation (si oui donner son vecteur rotation) ? Est-il galiléen ?
- Exprimer les vecteurs suivants :
  - Vitesse relative  $\vec{V}_r(M)$ ,
  - Vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,
  - Vitesse absolue  $\vec{V}_a(M/\mathcal{R}_1)$ .
- Exprimer les vecteurs suivants :
  - Accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2)$ ,
  - Accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,
  - Accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,
  - Accélération absolue  $\vec{a}_a(M/\mathcal{R}_1)$ .

**II. Étude dynamique :**

- Dans  $\mathcal{R}_2$ , Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur l'anneau  $M$  et les exprimer dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .
- Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}_2$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_\theta$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .
- En déduire les positions d'équilibre  $\theta_{eq}$ .
- Etudier la stabilité de ces équilibres et donner les expressions des périodes des oscillations autour des positions stables (on posera  $\theta = \theta_e + \varepsilon$ ).
- En projetant la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}_2$  (RFD) suivant  $\vec{e}_r$  et suivant  $\vec{e}_z$ . Exprimer les composantes de la réaction du cerceau sur l'anneau  $M$ .

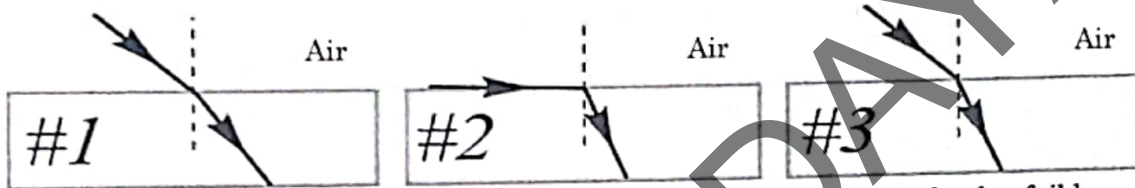
### III. Étude énergétique :

9. Donner les travaux élémentaires des forces agissant sur l'anneau  $M$  dans  $\mathcal{R}_2$ .
10. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\theta)$ . (On prendra l'origine des énergies potentielles en  $\theta = 0$ ).
11. Retrouver les positions d'équilibre  $\theta_{eq}$  et discuter de leur stabilité.
12. Donner l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  pour des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable. En déduire dans ce cas la période des oscillations.

### B- Optique géométrique (40mn)

#### I. Indices en ordre :

Les figures suivantes montrent que trois verres de type différents sont analysés de différentes manières avec un rayon lumineux. Le verre #1 (d'indice  $n_1$ ) et le verre #3 (d'indice  $n_3$ ) ont un *même angle d'incidence* et que le verre #2 (d'indice  $n_2$ ) et le verre #3 (d'indice  $n_3$ ) ont un *même angle de réfraction*.

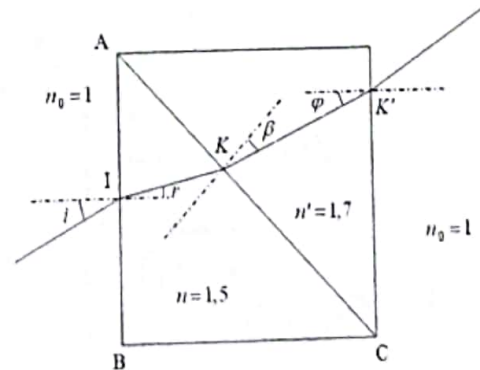
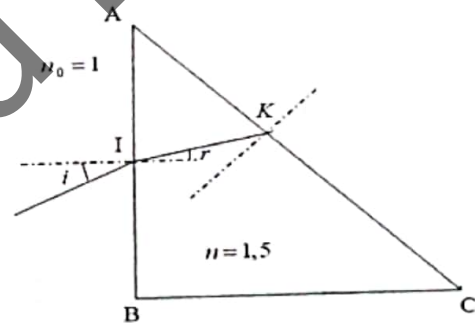


Justifier quel est le verre qui a l'indice le plus élevé et celui qui a l'indice le plus faible.

#### II. Prisme :

On considère un prisme de section rectangle isocèle en verre d'indice  $n = 1,5$ . Un rayon incident frappe la face AB en I sous une incidence  $i$ .

1. Déterminer la condition sur l'angle d'incidence  $i$  pour qu'il y ait réflexion totale en K.
2. S'il y a réflexion totale en K, quelle est la condition pour que le rayon lumineux soit réfracté en J sur la face BC.
3. On accole un second prisme de dimensions identiques au premier contre la face AC de manière à former un carré. L'indice de ce second prisme est  $n' = 1,7$ . Déterminer l'angle maximal d'incidence  $i$  qui peut donner un rayon réfracté en K', point où le rayon émerge du second prisme.



### III. Miroir sphérique :

1. Calculer le rayon de courbure  $R$  d'un miroir sphérique pour qu'il donne d'un objet réel placé à  $10m$  du sommet, une image droite et réduite d'un rapport de  $5$ .
2. Précisez la nature de ce miroir
3. Faites la construction géométrique en choisissant une échelle convenable.



Examen de Rattrapage : Mécanique du point matériel & Optique géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 06-02-2018

Durée de l'examen : 01h 30mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

A- Mécanique du point matériel

I. Cinématique

Dans le plan  $(XOY)$  d'un repère  $\mathcal{R}(O; (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z))$ , le mouvement d'un point  $M$  est décrit par la position de ses coordonnées polaires en fonction du temps  $t$  :

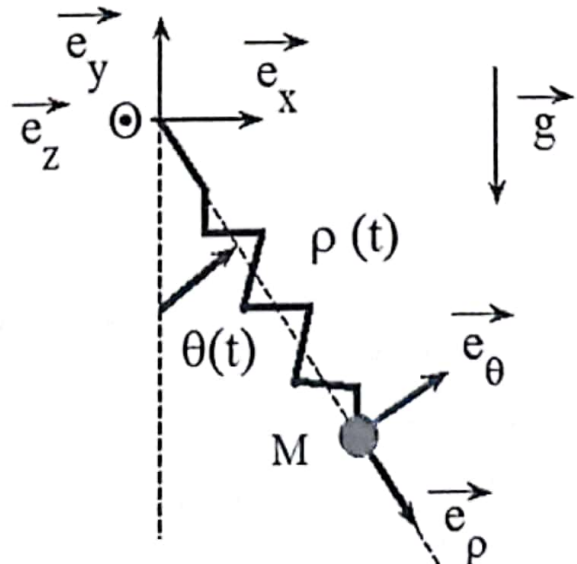
$$r = b e^t \text{ et } \theta = t, \text{ où } b \text{ est une constante positive}$$

1. Déterminer les expressions du vecteur position  $\vec{OM}$ , du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  et du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  en coordonnées polaires  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .
2. Donner les expressions des normes de la vitesse et de l'accélération.
3. Exprimer les vecteurs unitaires tangent  $\vec{e}_r$  et normal  $\vec{e}_\theta$  de la base de Frenet en coordonnées polaires  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ .
4. Donner les composantes de l'accélération tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$ .
5. Donner l'expression du rayon de courbure  $R_C$  de la trajectoire au point  $M$ .
6. Donner l'expression de la distance  $l(t)$  parcourue par le point  $M$  entre les instants  $t = 0$  et  $t$ .  
( $l(t) = s(t) - s(0)$  avec  $s(t)$  est l'abscisse curviligne du point  $M$  à l'instant  $t$ ).
7. Exprimer en fonction de  $\theta$  l'expression du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  et du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  en coordonnées cartésiennes  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ .

II. Dynamique et Energétique

On considère un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$  rapporté à un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  dans lequel évolue un système formé d'un point matériel  $M$  de masse  $m$  accroché à l'une des extrémités d'un ressort de constante de raideur  $k$ . L'autre extrémité est accrochée à un point  $O$  fixe dans le référentiel d'étude  $\mathcal{R}'$ , muni du repère  $(O; (\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z))$ . Le ressort peut s'allonger ou rétrécir, mais ne peut pas être tordu. L'angle orienté formé entre le ressort et la verticale est repéré par la variable  $\theta(t)$ . A l'équilibre, c'est à dire lorsqu'aucune masse n'est accrochée au ressort, la longueur de ce dernier vaut  $\rho_0$ . La distance  $OM$  est repérée par la variable  $\rho(t)$  (voir schéma).

Dans ce problème, nous négligeons les forces de frottement et le ressort est supposé sans masse (négligeable). Nous souhaitons étudier le mouvement du point  $M$  dans le plan  $(XOY)$ .



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base du repère cylindrique  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

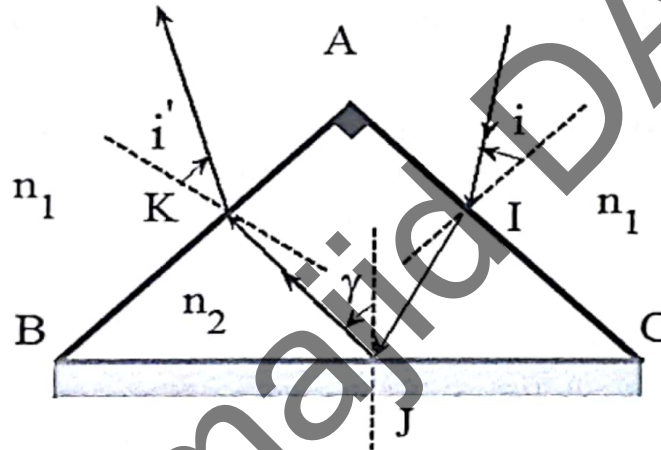


1. Déterminer les expressions du vecteur position  $\overrightarrow{OM}$ , du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  et du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  du point  $M$ .
2. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
3. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_\rho$  et suivant  $\vec{e}_\theta$ , montrer que le mouvement du point  $M$  est déterminé par un système d'équation différentielle (Ne pas résoudre ce système).
4. Retrouver l'une de ces équations en utilisant le théorème du moment cinétique.
5. Donner les travaux élémentaires des forces agissants sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
6. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\rho, \theta)$ .

## B- Optique géométrique

### I. Prisme

On considère un prisme, d'indice  $n_2$ , isocèle, dont l'angle au sommet est droit et sa base argentée (miroir). Ce prisme baigne dans un milieu d'indice  $n_1$ .



On suppose que l'indice  $n_1 = 1$ . Sachant que  $i = \frac{\pi}{3}$

1. Déterminer l'indice  $n_2$  en fonction de  $i$  et  $\gamma$ .
2. Déterminer l'angle de déviation  $D$ .
3. Calculer  $n_2$  et  $D$  lorsque  $\gamma = 0$ .

### II. Miroir sphérique

Un miroir sphérique concave a pour rayon de courbure  $R = 0,4$  m.

1. Rappeler les formules de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au centre et avec origine au sommet.
2. Un objet réel  $AB$  de petite dimension est placé perpendiculairement à l'axe optique à 30 cm en avant du sommet  $S$  du miroir.
  - 2.1. Déterminer la position de l'image  $A'B'$  et son grandissement.
  - 2.2. Construire l'image  $A'B'$  en choisissant une échelle convenable.
3. Un objet virtuel  $AB$  est maintenant placé à 0,3 m en arrière du miroir.
  - 3.1. Déterminer la position de l'image  $A'B'$  et son grandissement.
  - 3.2. Construire l'image  $A'B'$  en choisissant une échelle convenable.

Examen : Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 29-05-2018

Durée de l'examen : 01h 20mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1**

Dans le plan  $(XOY)$  d'un repère  $\mathcal{R}(O; (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z))$ , le mouvement d'un point  $M$  est décrit par la position de ses coordonnées polaires en fonction du temps  $t$  :

$$\rho = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \text{ et } \theta = \omega t, \text{ où } A, B \text{ et } \omega \text{ sont des constantes positives}$$

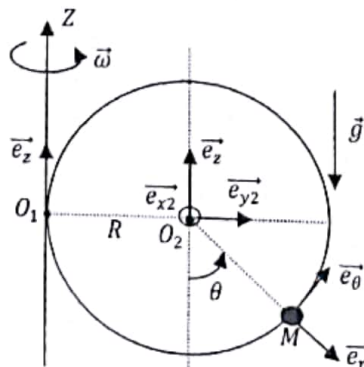
1. Déterminer les expressions du vecteur position  $\vec{OM}$ , du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  et du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  en coordonnées polaires  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ .
2. Donner les expressions des normes de la vitesse et de l'accélération.
3. Exprimer les vecteurs unitaires tangent  $\vec{e}_T$  et normal  $\vec{e}_N$  de la base de Frenet en coordonnées polaires  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta)$ .
4. Donner les composantes de l'accélération tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$ .
5. Donner l'expression du rayon de courbure  $R_C$  de la trajectoire au point  $M$ .
6. Déterminer l'équation cartésienne du point  $M$ .
7. Quelle la nature de la trajectoire du point  $M$ .

**Exercice 2**

Soit  $\mathcal{R}_1$  un référentiel galiléen rapporté à un repère cartésien  $(O_1; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_z)$ . Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long d'un cerceau de centre  $O_2$  et de rayon  $R$ , contenu dans un plan vertical. Par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_1$ , le cerceau tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  constante autour de l'axe  $(O_1Z)$  vertical et tangent au cerceau.

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  dans le référentiel mobile  $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$  lié au cerceau

Dans  $\mathcal{R}_2$ , l'anneau  $M$  est repéré par l'angle  $\theta$  voir figure :



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base de projection mobile  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_{x2})$

### I. Etude cinématique

1. Le référentiel  $\mathcal{R}_2$  est-il en translation par rapport à  $\mathcal{R}_1$  (si oui donner sa vitesse de translation) ? Est-il en rotation (si oui donner son vecteur rotation) ? Est-il galiléen ?
2. Exprimer les vecteurs suivants :
  - 2.1. Vitesse relative  $\vec{V}_r(M)$ ,
  - 2.2. Vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,
3. Exprimer les vecteurs suivants :
  - 3.1. Accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2)$ ,
  - 3.2. Accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,
  - 3.3. Accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ ,

### II. Etude dynamique

4. Dans  $\mathcal{R}_2$ , Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur l'anneau  $M$  et les exprimer dans la base  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_{x2})$ .
5. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}_2$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_\theta$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .
6. Montrer que les positions d'équilibre relatives  $\theta_{eq}$  de l'anneau  $M$  par rapport au cerceau, vérifient une équation de la forme :  $\tan \theta_{eq} = \beta (1 + f(\theta_{eq}))$ . Exprimer  $\beta$  et la fonction  $f(\theta_{eq})$ .

### III. Etude énergétique

7. Donner les travaux élémentaires des forces agissant sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}_2$ .
8. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\theta)$ . (On prendra l'origine de l'énergie potentielle en  $\theta = 0$ ,  $E_p(\theta = 0) = 0$ ).
9. Retrouver l'équation donnant les positions d'équilibre  $\theta_{eq}$ .
10. Déterminer l'énergie mécanique de  $M$  et en déduire l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ .



Examen : *Optique géométrique*  
Option: MIP (S1) / Module: P112  
Le 29-05-2018

Durée de l'examen : 00h 40mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

### Exercice 1

Étudions les baguettes à base hexagonale que forment les cristaux de glace dans les nuages au-dessus de 5000 mètres. En coupe, ces cristaux se comportent comme des prismes d'indice  $n = 1,31$ .

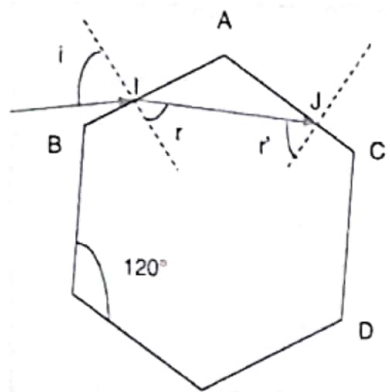


Figure 1

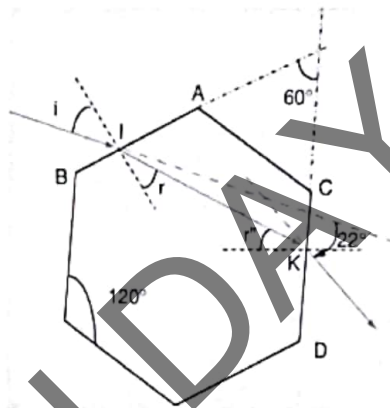


Figure 2

1. On suppose qu'un faisceau monochromatique incident en  $I$  sur la face  $AB$  est réfracté et atteint la face  $AC$  en  $J$  (Cas du prisme d'angle au sommet égal à  $120^\circ$ ) (Figure 1).
  - 1.1. Quel est l'angle de réfraction limité en  $I$  ?
  - 1.2. Quel est l'angle d'incidence limité en  $J$  ?
  - 1.3. Pour quelles valeurs de l'angle  $i$  le faisceau émerge existe-t-il ?
2. On suppose maintenant que le faisceau réfracté en  $I$  atteint directement la face  $CD$  en  $K$  (Cas du prisme d'angle au sommet égal à  $60^\circ$ ) (Figure 2).
  - 2.1. Pour quelles valeurs de l'angle  $i$  le faisceau émerge du prisme par la face  $CD$  existe-t-il ?
  - 2.2. On suppose que la condition d'émergence est réalisée. Quelles sont les valeurs extrêmes de la déviation  $D$  ?

### Exercice 2

Un miroir sphérique de centre  $C$ , de sommet  $S$  à pour rayon de courbure  $R = \overline{SC} = 10m$ .

1. Le miroir est-il **convexe** ou **concave** ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les positions de foyers  $F$  et  $F'$  par rapport au sommet  $S$  du miroir.
3. Où faut-il placer l'objet  $AB$  de telle façon que son grandissement  $\gamma = \frac{1}{5}$  ?
4. Déterminer la position de l'image  $A'B'$  par rapport au sommet  $S$ .
5. Un objet réel  $AB$  de hauteur  $\overline{AB} = 5m$  situé en  $A$  perpendiculairement à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image  $A'B'$  ?
6. Construire l'image  $A'B'$  en choisissant une échelle convenable.

Examen de Rattrapage : Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 02-07-2018

Durée de l'examen : 01h 00mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1**

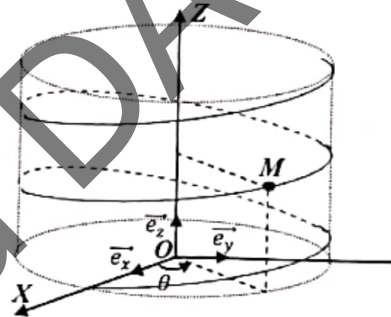
Le mouvement hélicoïdal se décompose en un **mouvement circulaire** et un **mouvement de translation**. Dans notre cas, le mouvement circulaire est dans le plan  $(O; (\vec{e}_x, \vec{e}_y))$  et le mouvement de translation selon l'axe  $z$ . Les équations horaires sont données par :

$$\begin{cases} x(t) = R \cos \theta(t) \\ y(t) = R \sin \theta(t) \\ z(t) = 2R(1 - \theta(t)) \end{cases}$$

Avec  $R$  le rayon associé au mouvement circulaire, la

vitesse angulaire  $\frac{d\theta}{dt} = \omega$  constante.

On étudie le mouvement du point  $M$  dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}(O; (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z), t)$ , d'abord dans la base cartésienne  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  puis dans la base cylindrique  $(O; \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .

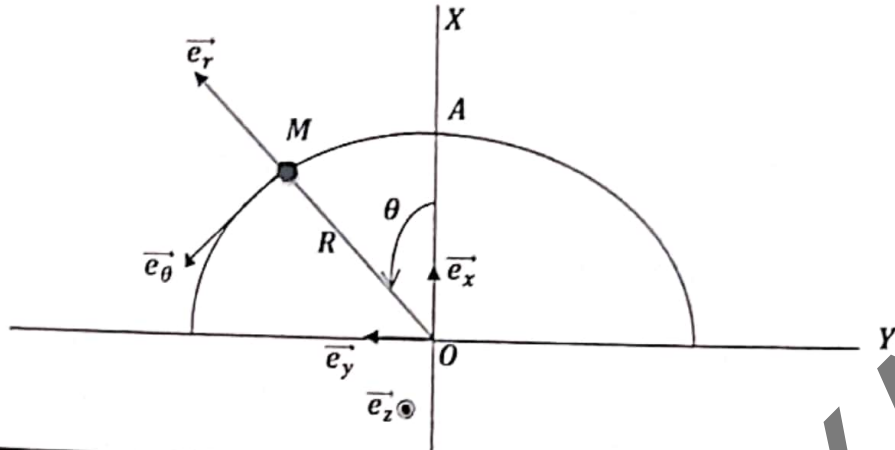


1. Exprimer, dans la base cartésienne  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , la vitesse et l'accélération du point  $M$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$ . En déduire les normes de ces vecteurs.
2. Exprimer, dans la base cylindrique  $(O; \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ , la vitesse et l'accélération du point  $M$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$ . En déduire les normes de ces vecteurs.
3. Exprimer les vecteurs unitaires tangent  $\vec{e}_T$  et normal  $\vec{e}_N$  de la base de Frenet dans la base cylindrique  $(O; \vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ .
4. Donner les composantes de l'accélération tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$ .
5. En déduire le rayon de courbure  $R_C$  de la trajectoire.

**Exercice 2**

On considère un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$  rapporté à un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  dans lequel une bille  $M$  de masse  $m$  est lâchée avec une vitesse initiale  $V_0$  du sommet  $A$  d'une demi-sphère métallique de rayon  $R$ . Le mouvement de  $M$  s'effectue, sans frottement dans un plan verticale contenant le point  $A$ .

On repère la position de  $M$  par l'angle  $\theta = (\widehat{OA}, \widehat{OM})$ .



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base du repère cylindrique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

1. Déterminer les expressions du vecteur position  $\vec{OM}$ , du vecteur vitesse  $\vec{V}(M)$  et du vecteur accélération  $\vec{a}(M)$  du point  $M$ .
2. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
3. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans  $\mathcal{R}$  (RFD). En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_r$  et suivant  $\vec{e}_\theta$ , montrer que le mouvement du point  $M$  est déterminé par un système d'équation différentielle.
4. Retrouver l'une de ces équations en utilisant le théorème du moment cinétique.
5. Déterminer la réaction du demi-sphère sur la bille  $M$  en fonction de  $m, R, g, V_0$  et  $\theta$ .
6. Pour  $V_0 = 0$ , calculer l'angle limite  $\theta_l$  pour laquelle la réaction est nulle.
7. Pour  $\theta_l = 0$ , calculer la vitesse initiale  $V_0$  pour laquelle la bille  $M$  quitte la demi-sphère métallique.
8. Donner les travaux élémentaires des forces agissants sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
9. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\theta)$ .

Examen de Rattrapage : Optique géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

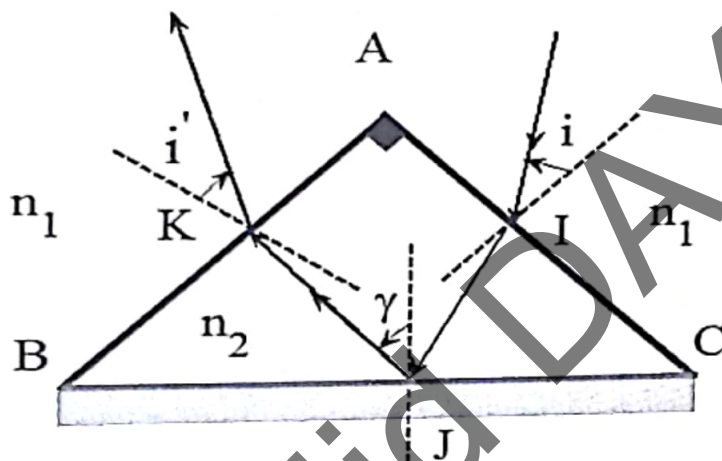
Le 02-07-2018

Durée de l'examen : 00h 30mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**Exercice 1**

On considère un prisme d'indice  $n_2$ , isocèle, dont l'angle au sommet est droit et sa base argentée (miroir). Ce prisme baigne dans un milieu d'indice  $n_1$

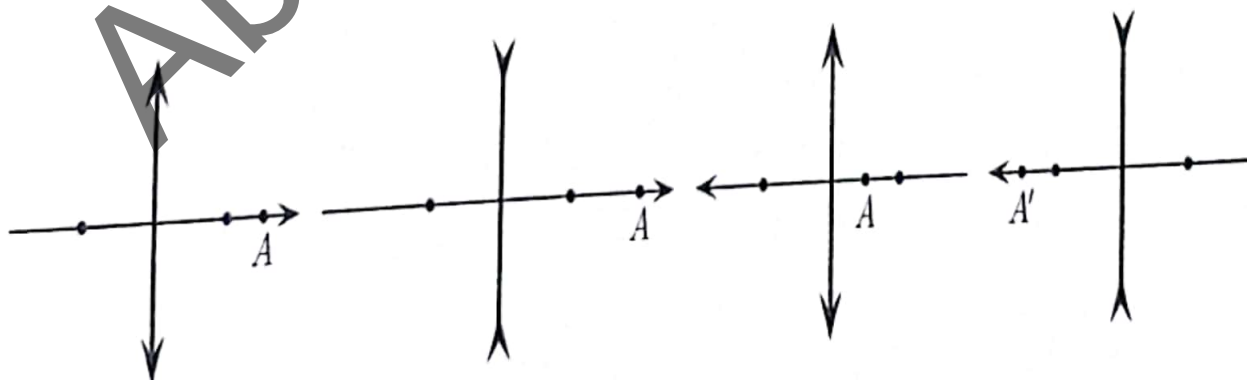


On suppose que l'indice  $n_2 = 1$  et  $n_1 \neq 1$ . Sachant que  $i = \frac{\pi}{6}$

1. Déterminer l'indice  $n_1$  en fonction de  $i$  et  $\gamma$ .
2. Déterminer l'angle de déviation  $D$ .
3. Calculer  $n_1$  et  $D$  lorsque  $\gamma = \theta$ .

**Exercice 2**

Pour chacune des figures, déterminer la position de l'objet  $A$  ou de son image  $A'$  par la lentille mince. Les points situés sur l'axe optique sont les foyers de la lentille.



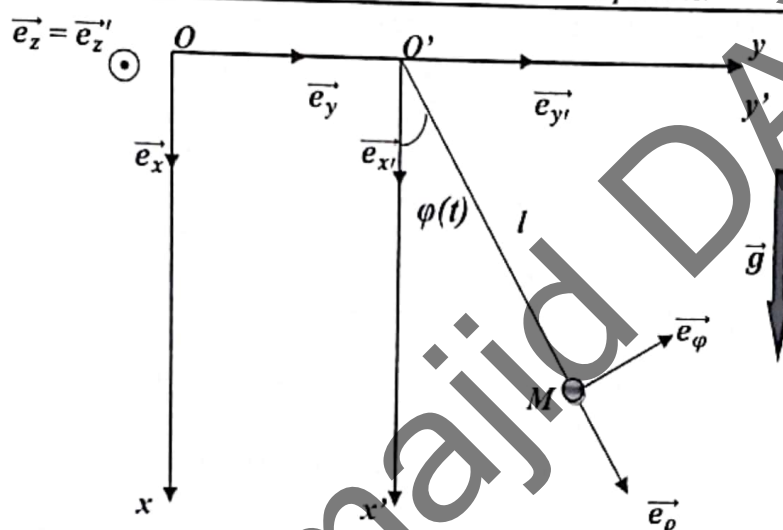


Examen : Mécanique du point matériel  
Option: MIP (S1) / Module: P112  
Le 03-01-2019

A.U.2018/19

On considère un pendule simple, de longueur  $O'M = l = \text{cte}$ , et de masse  $m$  fixée en  $M$ . On impose à  $O'$  un mouvement uniformément varié suivant l'axe  $Oy$  du référentiel galiléen lié au laboratoire  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , dont  $Ox$  est la verticale descendante (Figure). On définit le repère  $\mathcal{R}'(O'; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$ , en translation rectiligne suivant  $Oy$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Le pendule tourne sans frottement autour de l'axe  $O'z'$ . A l'instant  $t = 0$ , les origines des deux repères sont confondues. La position de  $O'$  est définie par  $\vec{OO'} = \frac{1}{2} a t^2 \vec{e}_y$  où  $a$  est une constante. On note  $\vec{g}$  le champ de pesanteur terrestre, et  $\varphi(t)$  l'angle que fait le pendule avec la verticale descendante.

Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}$  en fonction de  $\varphi(t)$  et de ses dérivées temporelles.



1. Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
2. Exprimer la vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}')$  et la vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
3. Exprimer l'accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}')$ , l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  et l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
4. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
5. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$  et faire sa projection suivant  $\vec{e}_{x'}$  et suivant  $\vec{e}_{y'}$ .
6. Déterminer l'expression de la tension du fil exercée sur  $M$ .
7. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de  $M$ .
8. Trouver une intégrale première du mouvement de  $M$ .
9. A partir de l'équation différentielle du mouvement de  $M$ , en déduire la position d'équilibre  $\varphi_e$ .
10. Étudier la stabilité de cet équilibre et donner l'expression de la période des oscillations  $T$  autour de la position stable. (on posera  $\varphi = \varphi_e + \varepsilon$  et on étudiera les équations différentielles en  $\varepsilon$ ).
11. Donner les travaux élémentaires des forces agissant sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
12. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\varphi)$ . On prendra l'origine des énergies potentielles en  $\varphi = 0$  ( $E_p(0) = 0$ ).
13. Retrouver l'intégrale première du mouvement de  $M$ .
14. En déduire la position d'équilibre  $\varphi_e$ .
15. La position d'équilibre  $\varphi_e$  est-elle stable ? si oui donner la période des oscillations  $T$  des petites oscillations au voisinage de cette position d'équilibre.

Rappel : (pour  $\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ,  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \varphi}}$  ;  $\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1+\tan^2 \varphi}}$ )

Examen : *Optique géométrique*  
Option: MIP (S1) / Module: P112  
Le 03-01-2019

Cochez la(es) bonne(s) réponse(s) (Toute réponse doit être accompagnée de justifications (soit par calcul ou soit par construction des images))

1. Si  $n_1 > n_2$ , la réfraction est toujours possible.

☐ Vrai

☐ Faux

2. Le rayon qui arrive perpendiculairement à la face d'entrée d'un prisme équilatéral d'indice  $n$  :

☐ ne peut jamais ressortir par la 2<sup>ème</sup> face

☐ sort par la 2<sup>ème</sup> face si  $n < 1.15$

☐ sort par la 2<sup>ème</sup> face si  $n > 1.15$

3. Un miroir sphérique a pour rayon  $R = -1$  m. Un observateur situé à 75 cm du miroir se regarde dans le miroir. Son image est :

☐ réelle et droite

☐ réelle et renversée

☐ virtuelle et droite

☐ virtuelle et renversée

4. L'image d'un objet réel par un miroir convexe est toujours :

☐ plus petite

☐ droite

☐ virtuelle

On doit placer l'objet : ☐ à l'infini    ☐ en F    ☐ en C    ☐ c'est impossible



Examen de rattrapage: Mécanique du point matériel

Option: MIP (S1) / Module: P112

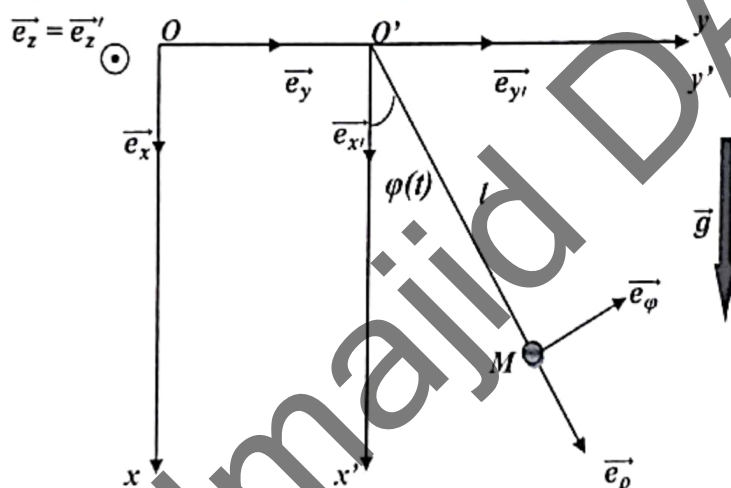
Le 04-02-2019

Durée de l'examen : 01h00mn

On considère un pendule simple, de longueur  $O'M = l = \text{cte}$ , et de masse  $m$  fixée en  $M$ . On impose à  $O'$  un mouvement uniformément varié suivant l'axe  $Oy$  du référentiel galiléen lié au laboratoire  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , dont  $Ox$  est la verticale descendante (Figure). On définit le repère  $\mathcal{R}'(O'; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_{z'})$ , en translation rectiligne suivant  $Oy$  par rapport à  $\mathcal{R}$ . Le pendule oscille sans frottement autour de l'axe  $O'z'$ .

A l'instant  $t = 0$ , les origines des deux repères sont confondues. La position de  $O'$  est définie par  $\overrightarrow{OO'} = \frac{1}{2}gt^2\vec{e}_y$  où  $g$  est une constante identique à celle de la pesanteur. On note  $\vec{g}$  le champ de pesanteur terrestre et  $\varphi(t)$  l'angle que fait le pendule avec la verticale descendante.

Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}'$  en fonction de  $\varphi(t)$  et de ses dérivées temporelles.



1. Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
2. Exprimer la vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}')$  et la vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
3. Exprimer l'accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}')$ , l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  et l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
4. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
5. Écrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$ .
6. En projetant la relation (RFD) suivant  $\vec{e}_\rho$ , donner l'expression de la tension du fil exercée sur  $M$ .
7. En projetant la relation (RFD) suivant  $\vec{e}_\varphi$ , établir l'équation différentielle du mouvement de  $M$ .
8. Trouver une intégrale première du mouvement de  $M$ .
9. À partir de l'équation différentielle du mouvement de  $M$ , en déduire la position d'équilibre  $\varphi_e$ .
10. Étudier la stabilité de cet équilibre et donner l'expression de la période des oscillations  $T$  autour de la position stable (on posera  $\varphi = \varphi_e + \varepsilon$  et on étudiera les équations différentielles en  $\varepsilon$ ).
11. Donner les travaux élémentaires des forces agissant sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
12. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(\varphi)$ . On prendra l'origine des énergies potentielles en  $\varphi = 0$  ( $E_p(0) = 0$ ).
13. Retrouver l'intégrale première du mouvement de  $M$ .
14. En déduire la position d'équilibre  $\varphi_e$ .
15. La position d'équilibre  $\varphi_e$  est-elle stable ? si oui, donner la période  $T$  des petites oscillations au voisinage de cette position d'équilibre.



Examen de rattrapage: *Optique géométrique*

Option: MIP (S1) / Module: P112

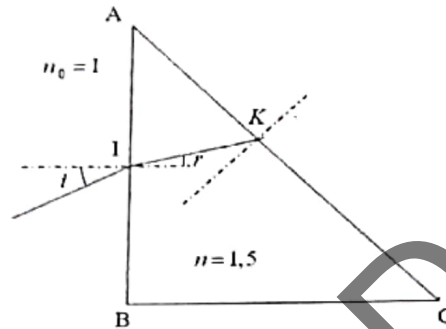
Le 04-02-2019

Durée de l'examen : 30mn

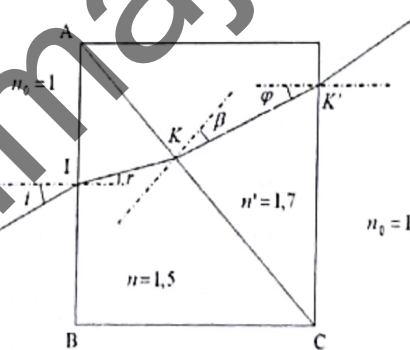
**Exercice 1**

On considère un prisme de section rectangle isocèle en verre d'indice  $n = 1,5$ . Un rayon incident frappe la face AB en I sous une incidence  $i$ .

1. Déterminer la condition sur l'angle d'incidence  $i$  pour qu'il y ait réflexion totale en K.



2. S'il y a réflexion totale en K, quelle est la condition pour que le rayon lumineux soit réfracté en J sur la face BC.
3. On accole un second prisme de dimensions identiques au premier contre la face AC de manière à former un carré. L'indice de ce second prisme est  $n' = 1,7$ . Déterminer l'angle maximal d'incidence  $i$  qui peut donner un rayon réfracté en K', point où le rayon émerge du second prisme.



**Exercice 2**

Un miroir sphérique dont le rayon de courbure  $R = \overline{SC} = 60$  cm. Un objet réel  $AB$  de petite dimension, de taille  $\overline{AB} = 10$  cm, est placé perpendiculairement à l'axe optique à 30 cm en avant du sommet  $S$  du miroir.

1. Rappeler les formules de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au centre et avec origine au sommet.
2. Quelle est la nature de ce miroir sphérique ? Justifier votre réponse.
3. Déterminer la position de l'image  $A'B'$  et sa nature.
4. Déterminer le sens et la taille de l'image  $\overline{A'B'}$ .
5. Montrer qu'un miroir sphérique convexe ne peut jamais donner une image réelle d'un objet réel.

Examen : Mécanique du point matériel & Optique géométrique  
Option: MIP (S1) / Module: P112  
Le 11-06-2019  
Durée de l'examen : 02h00mn

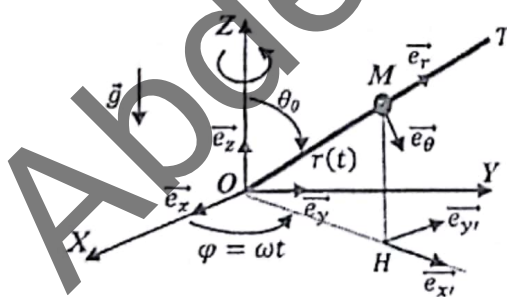
**A- Mécanique du point matériel**

**Exercice 1**

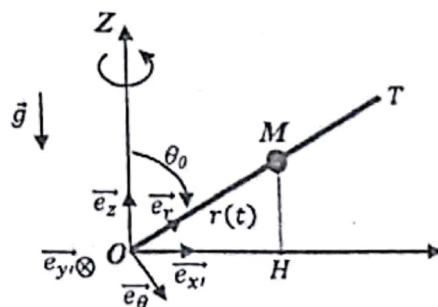
- Exprimer les vecteurs vitesse et accélération d'un point matériel  $M$  en coordonnées sphériques dans sa base locale  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ . On précisera l'expression de la dérivée par rapport au temps des vecteurs unitaires utilisés et l'expression de son vecteur rotation instantané.
- Un point  $M$  se déplace sur la surface d'une sphère de rayon  $R$ . Ses deux coordonnées sphériques sont:  $\theta = (\vec{Oz}, \vec{OM}) = \frac{\pi}{6}$  et  $\varphi = \omega t^2$  avec  $\omega$  est une constante positive.
  - En déduire les vecteurs vitesse et accélération du point  $M$  dans sa base locale  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$ .
  - Calculer les modules de la vitesse et de l'accélération du point  $M$ .
  - Donner les composantes de l'accélération tangentielle  $a_T$  et normale  $a_N$ .
- Trouver la vitesse et l'accélération du point  $M$  dans le système de coordonnées cartésiennes. Vérifier leurs normes.

**Exercice 2**

Une masselotte  $M$ , de masse  $m$ , peut coulisser sans frottement sur une tige (T). On note  $r(t)$  la distance OM entre l'extrémité de la tige et la masselotte  $M$  considéré comme ponctuelle. Cette tige, inclinée de l'angle  $\theta_0$  (constant) par rapport à l'axe  $Oz$  du repère d'observation  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , tourne uniformément à la vitesse angulaire  $\dot{\varphi} = \omega$  autour de l'axe  $Oz$ . On note  $\mathcal{R}'(O; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_z)$  le repère orthonormé direct lié à la tige et indiqué sur la figure.



Représentation dans l'espace



Représentation dans le plan  $(O; \vec{e}_{x'}, \vec{e}_z)$

**Description du mouvement**

Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}'$

- Le référentiel  $\mathcal{R}'$  est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
- Exprimer le vecteur  $\vec{OM}$  en fonction de  $r$  et  $\theta_0$  dans le repère  $\mathcal{R}'$ .

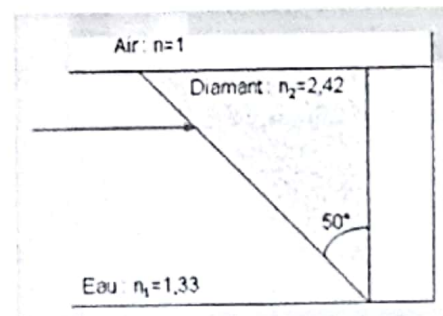
3. Exprimer la vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}')$  et la vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
4. Exprimer l'accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}')$ , l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  et l'accélération de coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
5. Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
6. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}'$  et faire sa projection suivant  $\vec{e}_{x'}$ , suivant  $\vec{e}_{y'}$  et suivant  $\vec{e}_{z'}$ .
7. Déterminer l'équation différentielle du mouvement de  $M$ .
8. A partir de l'équation différentielle du mouvement de  $M$ , en déduire la position d'équilibre  $r_e$  et discuter sa stabilité. (on posera  $r = r_e + \varepsilon$ ).
9. Trouver une intégrale première du mouvement de  $M$ . Lorsqu'à l'instant initial,  $M$  est lâchée sans vitesse initiale à la distance  $r_0$ .
10. Donner les travaux élémentaires des forces agissants sur le point  $M$  dans  $\mathcal{R}'$ .
11. En déduire l'énergie potentielle totale du système  $E_p(r)$ . On prendra l'origine des énergies potentielles en  $r = 0$  ( $E_p(r = 0) = 0$ ).
12. En déduire la position d'équilibre  $r_e$  et discuter sa stabilité.

## B- Optique géométrique

### Exercice 1

Un rayon lumineux pénètre dans une cuve d'eau en incidence normale. Il se propage de l'eau vers le diamant (Figure). Les indices de réfractions sont:  $n_{\text{air}} = n = 1$ ;  $n_{\text{eau}} = n_1 = 1,33$  et  $n_{\text{diamant}} = n_2 = 2,42$ . On néglige l'épaisseur des parois de la cuve.

1. Quelle est la vitesse de la lumière dans l'air, dans l'eau et dans le diamant ?
2. Calculer les angles de réfraction ou de réflexion sur les différentes interfaces ?
3. Par quelle face de la cuve le rayon va-t-il sortir ?



### Exercice 2

Soit un miroir concave de 48 cm de rayon de courbure.

1. Trouver les deux positions de l'objet pour lesquelles l'image est 4 fois plus grande que l'objet.
2. Dans chacun des cas, faire une construction de l'image.
3. Dans chacun des cas, déterminer la position de l'image  $A$ , sa nature ainsi la nature de l'objet.



Examen : Mécanique du point matériel & Optique géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 29 - 01 - 2020

Durée de l'examen : 01h 30mn

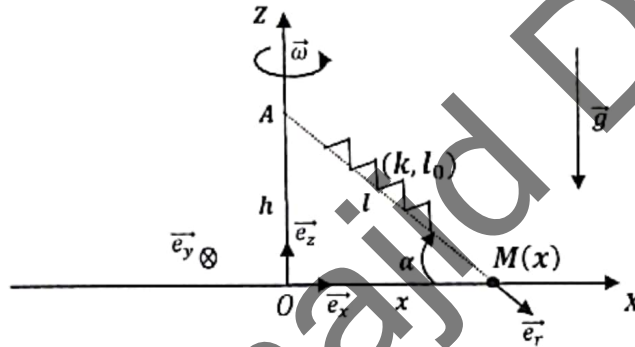
(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**A- Mécanique du point matériel**

Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long d'une tige horizontale ( $OX$ ), sous l'action d'un ressort élastique de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . L'autre extrémité du ressort est fixe en un point  $A$  de l'axe vertical ( $OZ$ ), de cote  $h = OA$ . L'axe ( $OX$ ) tourne autour de l'axe ( $OZ$ ), avec une vitesse angulaire  $\omega$  constante (voir figure).

On note  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  le référentiel non galiléen lié à l'axe  $OX$  et  $\mathcal{R}_0(O; \vec{e}_{x_0}, \vec{e}_{y_0}, \vec{e}_z)$  le référentiel fixe considéré comme galiléen.

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on prendra comme paramètre variable du mouvement l'abscisse  $x$  du point  $M$  sur l'axe  $OX$ .



Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}$ .

- Donner l'expression du vecteur rotation  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$  de  $\mathcal{R}$  par rapport à  $\mathcal{R}_0$ .
- Exprimer les vecteurs vitesses du point  $M$ : la vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R})$  et la vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$ .
- Exprimer les vecteurs accélérations du point  $M$ : l'accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R})$ , l'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$ , et l'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}/\mathcal{R}_0)$ .
- Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .  
Et montrer que la force élastique dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  s'écrit par :

$$\vec{F}_{elas} = k \left[ \left( \frac{l_0}{\sqrt{h^2 + x^2}} - 1 \right) x \cdot \vec{e}_x + \left( 1 - \frac{l_0}{\sqrt{h^2 + x^2}} \right) h \cdot \vec{e}_z \right]$$

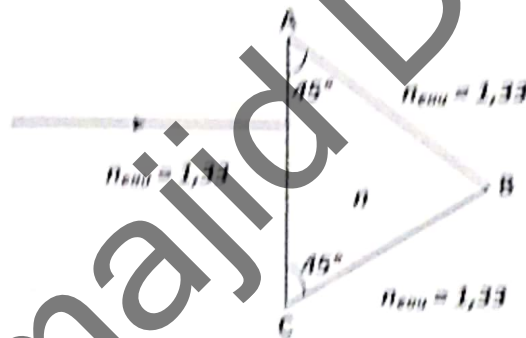
- Ecrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}$ .
  - En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_x$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .
  - En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_y$  et suivant  $\vec{e}_z$ , exprimer les composantes de la réaction.
- A partir de l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ , donner les positions d'équilibre  $x_{eq}$ .



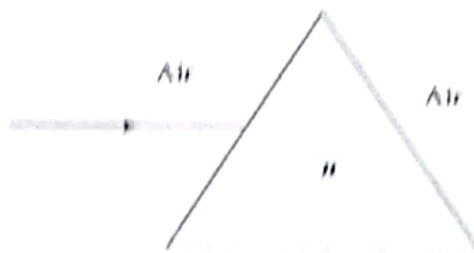
7. Étudier la stabilité de ces positions d'équilibre et donner les expressions des périodes des oscillations autour des positions stables (on posera  $x = x_{eq} + \epsilon$ ).
8. Donner les travaux élémentaires des forces agissantes sur l'anneau  $M$ .
9. Exprimer l'énergie potentielle totale  $E_{pot}$  (l'énergie potentielle de toutes les forces qui s'exercent sur l'anneau  $M$ ). On choisira l'origine des énergies potentielles nulle pour  $x = 0$ .
10. Retrouver l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ , en appliquant le théorème de l'énergie mécanique.
11. À partir de l'énergie potentielle totale  $E_{pot}$ , retrouver les positions d'équilibre  $x_{eq}$  et discuter leur stabilité, en donnant les expressions des périodes des oscillations autour des positions d'équilibre stables.

## B. Optique géométrique

1. On considère un prisme isocèle rectangle en B plongé dans l'eau  $n_{eau} = 1,33$ , les angles en A et C valent  $45^\circ$ . Un rayon lumineux arrive perpendiculairement à la face AC, quel doit être l'indice de réfraction  $n$  de ce prisme pour qu'il y ait une réflexion totale sur la face AB. Est-ce une valeur minimum ou maximum ?



2. On considère un prisme équilatéral plongé dans l'air, est fabriqué avec un matériau dont l'indice de réfraction  $n = 1,5$ . Un rayon lumineux arrive sur l'une de ses faces, parallèlement à une des deux autres faces. Par quelle face ressort-il et avec quel angle ?



3. Un miroir donne d'un objet une image droite trois fois plus petite. La distance entre l'objet et l'image est de 20 cm. Quel est le rayon de ce miroir et est-il concave, convexe ou plan ?
4. Un miroir donne d'un objet une image renversée de même taille. La distance entre l'objet et l'image est de 20 cm. Quel est le rayon de ce miroir et est-il concave, convexe ou plan ?
5. Pour un miroir sphérique concave, On s'intéresse au cas où le grandissement  $\gamma = -1$ .
  - 5.1. Déterminer les positions de l'objet et de l'image par le calcul.
  - 5.2. Vérifier le résultat en effectuant la construction géométrique correspondante.

Examen de rattrapage : Mécanique du point matériel & Optique géométrique

Option: MIP (S1) / Module: P112

Le 18 - 02 - 2020

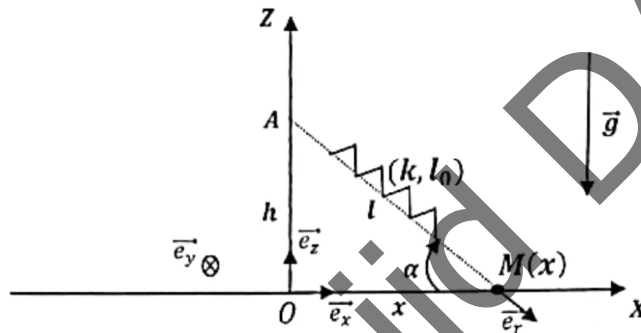
Durée de l'examen : 01h 30mn

(Aucun document n'est autorisé, écrivez lisiblement et justifiez vos résultats)

**A- Mécanique du point matériel**

Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long d'une tige horizontale ( $OX$ ), sous l'action d'un ressort élastique de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ . L'autre extrémité du ressort est fixe en un point  $A$  de l'axe vertical ( $OZ$ ) de cote  $h = OA$  (voir figure).

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  dans le référentiel  $\mathcal{R}(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  supposé comme galiléen et on prendra comme paramètre variable du mouvement l'abscisse  $x$  du point  $M$  sur l'axe  $OX$ .



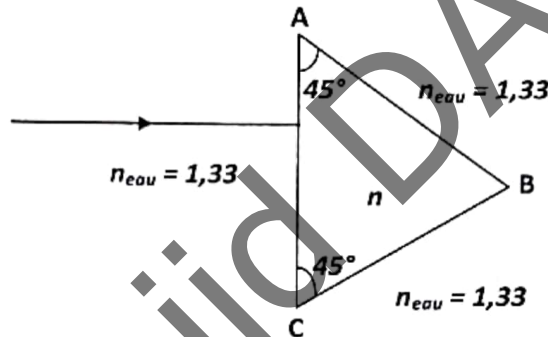
Toutes les expressions des vecteurs seront exprimées dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}$ .

- Exprimer la vitesse  $\vec{V}(M/\mathcal{R})$  et l'accélération  $\vec{a}(M/\mathcal{R})$  du point  $M$ .
- Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur  $M$  dans  $\mathcal{R}$ .
- Ecrire la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}$ .
  - En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_x$ , établir l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ .
  - En projetant cette relation suivant  $\vec{e}_y$  et suivant  $\vec{e}_z$ , exprimer les composantes de la réaction.
- A partir de l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ , donner les positions d'équilibre  $x_{eq}$  dans les deux cas : Cas 1 :  $h > l_0$  et Cas 2 :  $h < l_0$
- Etudier la stabilité de ces positions d'équilibre et donner les expressions des périodes des oscillations autour des positions stables (on posera  $x = x_{eq} + \varepsilon$ ) dans les deux cas : Cas 1 :  $h > l_0$  et Cas 2 :  $h < l_0$ .
- Donner les travaux élémentaires des forces agissantes sur l'anneau  $M$ .
- Exprimer l'énergie potentielle totale  $E_{ptot}$  (Energie potentielle de toutes les forces qui s'exercent sur l'anneau  $M$ ). On choisira l'origine des énergies potentielles nulles pour  $x = 0$ .

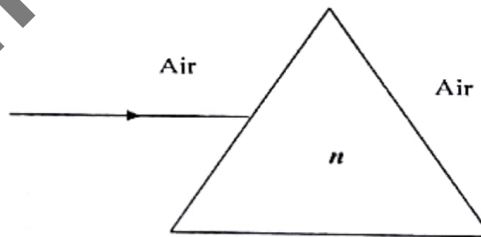
8. Retrouver l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$ , en appliquant le théorème de l'énergie mécanique.
9. A partir de l'énergie potentielle totale  $E_{ptot}$ , retrouver les positions d'équilibre  $x_{eq}$  et discuter leur stabilité en donnant les expressions des périodes des oscillations autour des positions d'équilibre stables dans les deux cas : Cas 1 :  $h > l_0$  et Cas 2 :  $h < l_0$ .

### B- Optique géométrique

1. On considère un prisme isocèle rectangle en B plongé dans l'eau  $n_{eau} = 1,33$ , les angles en A et C valent  $45^\circ$ . Un rayon lumineux arrive perpendiculairement à la face AC, quel doit être l'indice de réfraction  $n$  de ce prisme pour qu'il y ait une réflexion totale sur la face AB. Est-ce une valeur minimum ou maximum ?



2. On considère un prisme équilatéral plongé dans l'air, est fabriqué avec un matériau dont l'indice de réfraction  $n = 1,5$ . Un rayon lumineux arrive sur l'une de ses faces, parallèlement à une des deux autres faces. Par quelle face ressort-il et avec quel angle ?



3. Un miroir donne d'un objet une image droite trois fois plus petite. La distance entre l'objet et l'image est de 20 cm. Quel est le rayon de ce miroir et est-il concave, convexe ou plan ?
4. Un miroir donne d'un objet une image renversée de même taille. La distance entre l'objet et l'image est de 20 cm. Quel est le rayon de ce miroir et est-il concave, convexe ou plan ?
5. Pour un miroir sphérique concave, On s'intéresse au cas où le grandissement  $\gamma = -1$ .
- 5.1. Déterminer les positions de l'objet et de l'image par le calcul.
- 5.2. Vérifier le résultat en effectuant la construction géométrique correspondante.



Examen : Mécanique du point matériel & Optique géométrique

Option : MIP (S1) / Module : P112

Durée de l'examen : 01h 00mn

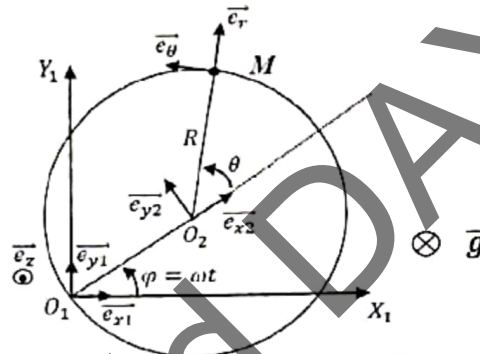
Le 08-09-2020

Abdelmajid DAYA

**A- Mécanique du point matériel** Cochez la bonne réponse

Soit  $\mathcal{R}_1$  un référentiel galiléen rapporté à un repère cartésien  $(O_1; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_z)$ . Un cerceau de centre  $O_2$  et de rayon  $R$  tourne autour d'un de ses points  $O_1$  dans le plan horizontal  $(O_1; \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1})$  avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ . Un petit anneau  $M$ , de masse  $m$ , glisse sans frottement le long du cerceau.

On étudiera le mouvement de l'anneau  $M$  dans le référentiel mobile  $\mathcal{R}_2(O_2; \vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$  lié au cerceau. Dans  $\mathcal{R}_2$ , l'anneau  $M$  est repéré par l'angle  $\theta = (\vec{e}_{x2}, \vec{e}_r)$  voir figure :



Tous les vecteurs seront exprimés dans la base  $(\vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$  liée à  $\mathcal{R}_2$

1. Donner l'expression du vecteur rotation  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$  de  $\mathcal{R}_2$  par rapport à  $\mathcal{R}_1$ .

- A.  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = (\dot{\theta} - \omega) \vec{e}_z$
- B.  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = \dot{\theta} \vec{e}_z$
- C.  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = \omega \vec{e}_z$
- D.  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = (\dot{\theta} + \omega) \vec{e}_z$

2. Exprimer les vecteurs suivants :

2.1. Vitesse relative  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_2)$ .

- A.  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_2) = R(\dot{\theta} - \omega)(\cos\theta \vec{e}_{x2} - \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_2) = R\dot{\theta}(-\sin\theta \vec{e}_{x2} + \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_2) = R\omega(\sin\theta \vec{e}_{x2} - \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{V}_r(M/\mathcal{R}_2) = R(\dot{\theta} + \omega)(-\sin\theta \vec{e}_{x2} - \cos\theta \vec{e}_{y2})$

2.2. Vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ .

- A.  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R(\dot{\theta} - \omega)(\cos\theta \vec{e}_{x2} - (1 + \sin\theta) \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R\dot{\theta}((1 - \sin\theta) \vec{e}_{x2} + \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R\omega(-\sin\theta \vec{e}_{x2} + (1 + \cos\theta) \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R(\dot{\theta} + \omega)(-\sin\theta \vec{e}_{x2} - (1 + \cos\theta) \vec{e}_{y2})$

3. Exprimer les vecteurs suivants :

3.1. Accélération relative  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2)$ .

- A.  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2) = R(-\ddot{\theta} \sin\theta - \omega^2 \cos\theta) \vec{e}_{x2} + R(\ddot{\theta} \cos\theta - \omega^2 \sin\theta) \vec{e}_{y2}$
- B.  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2) = -R(\ddot{\theta} \sin\theta + \dot{\theta}^2 \cos\theta) \vec{e}_{x2} + R(\ddot{\theta} \cos\theta - \dot{\theta}^2 \sin\theta) \vec{e}_{y2}$
- C.  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2) = R(\ddot{\theta} \cos\theta - \omega^2 \sin\theta) \vec{e}_{x2} + R(-\ddot{\theta} \sin\theta - \omega^2 \cos\theta) \vec{e}_{y2}$
- D.  $\vec{a}_r(M/\mathcal{R}_2) = -R(\ddot{\theta} + \omega^2)(\sin\theta \vec{e}_{x2} + \cos\theta \vec{e}_{y2})$



3.2. Accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ .

- A.  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R(\dot{\theta} - \omega)^2(-(1 + \sin\theta) \vec{e}_{x2} - \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -R\dot{\theta}^2(\cos\theta \vec{e}_{x2} + (1 - \sin\theta) \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -R\omega^2((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = R(\dot{\theta} + \omega)^2((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$

3.3. Accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$ .

- A.  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = 2R\omega^2(\sin\theta \vec{e}_{x2} + \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -2R\dot{\theta}^2(\cos\theta \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -2R\dot{\theta}\omega(\cos\theta \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = 2R\dot{\theta}\omega((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$

4. Dans  $\mathcal{R}_2$ , Réaliser le bilan des forces s'exerçant sur l'anneau  $M$  et les exprimer dans la base  $(\vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_z)$ .

• Poids de l'anneau  $M$

- A.  $\vec{P} = -mg \vec{e}_z$
- B.  $\vec{P} = -mg \vec{e}_y$
- C.  $\vec{P} = +mg \vec{e}_y$
- D.  $\vec{P} = +mg \vec{e}_z$

• Réaction de cerceau sur l'anneau  $M$

- A.  $\vec{R} = R_r \cos\theta \vec{e}_{x2} + R_r \sin\theta \vec{e}_{y2} + R_z \vec{e}_z$
- B.  $\vec{R} = R_\theta \cos\theta \vec{e}_{x2} + R_\theta \sin\theta \vec{e}_{y2} + R_z \vec{e}_z$
- C.  $\vec{R} = R_r \cos\theta \vec{e}_{x2} + R_\theta \sin\theta \vec{e}_{y2} + R_z \vec{e}_z$
- D.  $\vec{R} = R_r \vec{e}_{x2} + R_\theta \vec{e}_{y2} + R_z \vec{e}_z$

• Force d'inertie d'entraînement

- A.  $\vec{F}_{ie}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -mR(\dot{\theta} - \omega)^2(-(1 + \sin\theta) \vec{e}_{x2} - \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{F}_{ie}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = mR\dot{\theta}^2(\cos\theta \vec{e}_{x2} + (1 - \sin\theta) \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{F}_{ie}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = mR\omega^2((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{F}_{ie}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -mR(\dot{\theta} + \omega)^2((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$

• Force d'inertie de Coriolis

- A.  $\vec{F}_{ic}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -2mR\omega^2(\sin\theta \vec{e}_{x2} + \cos\theta \vec{e}_{y2})$
- B.  $\vec{F}_{ic}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = 2mR\dot{\theta}^2(\cos\theta \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- C.  $\vec{F}_{ic}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = 2mR\dot{\theta}\omega(\cos\theta \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$
- D.  $\vec{F}_{ic}(M, \mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1) = -2mR\dot{\theta}\omega((1 + \cos\theta) \vec{e}_{x2} + \sin\theta \vec{e}_{y2})$

5. A partir de la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}_2$ , déterminer les composantes de la réaction du cerceau sur l'anneau  $M$ .

• Composante  $R_r$

- A.  $R_r = 0$
- B.  $R_r = -mR\omega^2(1 + \cos\theta) - mR(\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\omega)$
- C.  $R_r = mR\dot{\theta}^2 \cos\theta + 2mR\dot{\theta}\omega \sin\theta$
- D.  $R_r = -mR\dot{\theta}^2(1 + \cos\theta) + mR(\omega^2 + 2\dot{\theta}\omega)$

• Composante  $R_\theta$

- A.  $R_\theta = 0$
- B.  $R_\theta = -mR\omega^2(1 + \cos\theta) - mR(\dot{\theta}^2 + 2\dot{\theta}\omega)$
- C.  $R_\theta = mR\dot{\theta}^2 \cos\theta + 2mR\dot{\theta}\omega \sin\theta$
- D.  $R_\theta = -mR\dot{\theta}^2(1 + \cos\theta) + mR(\omega^2 + 2\dot{\theta}\omega)$

• Composante  $R_z$

- A.  $R_z = mg$
- B.  $R_z = mg \cos\theta$
- C.  $R_z = mg \sin\theta$
- D.  $R_z = -mg$

6. A partir de la relation fondamentale de la dynamique (RFD) dans  $\mathcal{R}_2$ , déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  du mouvement de  $M$ . En déduire les positions d'équilibre  $\theta_{eq}$ .

A.  $\ddot{\theta} + \left(\omega^2 - \frac{g}{R}\right) \sin\theta = 0$

B.  $\ddot{\theta} + \left(\omega^2 - \frac{g}{R}\right) \cos\theta = 0$

C.  $\ddot{\theta} + \omega^2 \sin\theta = 0$

D.  $\ddot{\theta} + \left(\omega^2 - \frac{g}{2R}\right) \sin\theta = 0$

A.  $\theta_{eq} = 0$

B.  $\theta_{eq} = \frac{\pi}{2}$

C.  $\theta_{eq} = \pi$

D.  $\theta_{eq} = -\frac{\pi}{2}$

7. Donner les expressions des périodes des oscillations autour des positions stables.

$\theta_{eq} = 0$  |  $\begin{matrix} \text{Stable} \\ \text{Instable} \end{matrix}$

$\theta_{eq} = \pi$  |  $\begin{matrix} \text{Stable} \\ \text{Instable} \end{matrix}$

$\theta_{eq} = \pm \frac{\pi}{2}$  |  $\begin{matrix} \text{Stable} \\ \text{Instable} \end{matrix}$

A.  $T = \frac{2\pi}{\omega}$

B. Pas de période

C.  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \frac{g}{R}}}$

D.  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{2R} - \omega^2}}$

## B- Optique géométrique

Cochez la(es) bonne(s) réponse(s)

1. L'image d'un objet réel par un miroir convexe est toujours :

- A. Plus petite
- B. Droite
- C. Virtuelle

2. Un miroir sphérique donne d'un objet réel une image droite 2 fois plus petite. Le miroir est obligatoirement :

- A. Plan
- B. Concave
- C. Convexe

3. Un miroir sphérique donne d'un objet réel une image inversée 2 fois plus grande. Le miroir est obligatoirement :

- A. Plan
- B. Concave
- C. Convexe

4. Le rayon qui arrive perpendiculairement à la face d'entrée d'un prisme équilatéral d'indice  $n$ :

- A. Ne peut jamais ressortir par la 2<sup>ème</sup> face
- B. Sort par la 2<sup>ème</sup> face si  $n < 1.15$
- C. Sort par la 2<sup>ème</sup> face si  $n > 1.15$

5. On place un objet réel de telle sorte que son image à travers un miroir soit à la même position que l'objet.

- 5.1. Le miroir est :    A. Plan    B. Concave    C. Convexe
- 5.2. L'objet est placé :    A. à l'infini    B. au foyer F    C. au centre C